Exercice 1

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (9\,x + 2) \times (-8\,x - 3) + (4\,x + 5) \times (-8\,x - 3)$
$B = 25\,x^2 + 90\,x + 81$
$C = 16 - (-3\,x + 3)^2$
$D = -4\,x^2 + 16$
$E = -(9\,x - 7)^2 + (-6\,x + 3) \times (9\,x - 7)$
$F = 7\,x + 4 + (7\,x + 4) \times (10\,x + 1)$

Exercice 2

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = 9\,x^2 - 36\,x + 36$
$B = (4\,x - 10) \times (3\,x + 3) + (8\,x - 5) \times (3\,x + 3)$
$C = -(7\,x - 2)^2 + 16\,x^2$
$D = 25\,x^2 - 9$
$E = 7\,x + 9 - (3\,x + 1) \times (7\,x + 9)$
$F = (8\,x + 5)^2 + (8\,x - 1) \times (8\,x + 5)$

Exercice 3

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = -(7\,x + 4)^2 + 49$
$B = (x + 1) \times (4\,x + 4) + (x + 1) \times (10\,x + 4)$
$C = -16\,x^2 + 1$
$D = 4\,x^2 + 16\,x + 16$
$E = (x + 5)^2 - (4\,x + 8) \times (x + 5)$
$F = (5\,x + 8) \times (5\,x + 8) + 5\,x + 8$

Exercice 4

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = -(9\,x + 1)^2 + 36$
$B = 16\,x^2 + 32\,x + 16$
$C = (-6\,x + 7) \times (10\,x + 6) + (10\,x + 6) \times (3\,x + 7)$
$D = 64\,x^2 - 16$
$E = (5\,x + 10) \times (x + 4) - (x + 4)$
$F = (-8\,x - 7) \times (4\,x - 8) + (4\,x - 8)^2$

Exercice 5

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = -(4\,x - 5) \times (9\,x - 5) + (7\,x + 9) \times (4\,x - 5)$
$B = x^2 - 10\,x + 25$
$C = -25\,x^2 + (8\,x + 2)^2$
$D = -9\,x^2 + 81$
$E = (x + 4)^2 + (3\,x + 3) \times (x + 4)$
$F = (8\,x + 6) \times (10\,x + 10) + 10\,x + 10$

Exercice 6

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (2\,x + 1) \times (2\,x - 1)$
$B = (2\,x - 1)^2$
$C = (4\,x - 6) \times (6\,x + 4)$
$D = (3\,x + 5)^2$
$E = -(10\,x - 10) \times (10\,x + 10)$
$F = \left(\frac{7}{9}\,x + 3\right) \times \left(3\,x - \frac{7}{9}\right)$

Exercice 7

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (4\,x + 3)^2$
$B = (4\,x - 8)^2$
$C = (9\,x - 5) \times (5\,x + 9)$

$D = (5\,x - 9) \times (5\,x + 9)$
$E = -\,(x + 7)^2$
$F = \left(\dfrac{9}{7}\,x - 3\right)^2$

Exercice 8

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (6\,x + 5)^2$
$B = (2\,x + 9) \times (9\,x - 2)$
$C = (7\,x - 4) \times (7\,x + 4)$

$D = (6\,x - 4)^2$
$E = \left(\dfrac{5}{2}\,x + \dfrac{3}{7}\right) \times \left(\dfrac{5}{2}\,x - \dfrac{3}{7}\right)$
$F = -\,(7\,x + 4)^2$

Exercice 9

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (6\,x + 7) \times (6\,x - 7)$
$B = (2\,x + 4)^2$
$C = (3\,x - 3) \times (3\,x + 3)$

$D = (9\,x - 6)^2$
$E = -\,(8\,x - 5)^2$
$F = \left(3\,x - \dfrac{10}{9}\right) \times \left(\dfrac{10}{9}\,x + 3\right)$

Exercice 10

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (7\,x - 10)^2$
$B = (7\,x + 9) \times (9\,x - 7)$
$C = (x + 8)^2$

$D = (3\,x + 10) \times (3\,x - 10)$
$E = -\,(9\,x - 4) \times (4\,x + 9)$
$F = \left(\dfrac{1}{10}\,x + \dfrac{7}{4}\right) \times \left(\dfrac{1}{10}\,x - \dfrac{7}{4}\right)$

Exercice 11

Résoudre l'équation :

$$\frac{-\,9\,x - 9}{6} + \frac{-\,x + 2}{3} = \frac{8\,x + 3}{2}$$

Exercice 12

Résoudre l'équation :

$$\frac{2\,x + 9}{3} - \frac{x - 3}{2} = \frac{-\,2\,x + 9}{6}$$

Exercice 13

Résoudre l'équation :

$$\frac{10\,x - 6}{9} + \frac{-\,5\,x + 10}{2} = \frac{4\,x + 6}{6}$$

Exercice 14

Résoudre l'équation :

$$\frac{10\,x + 10}{2} + \frac{-\,x - 5}{4} = \frac{3\,x - 3}{3}$$

Exercice 15

Résoudre l'équation :

$$\frac{10\,x + 8}{4} + \frac{-\,10\,x + 2}{3} = \frac{3\,x - 2}{8}$$

Exercice 16

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \dfrac{-8}{9} \div \left(\dfrac{10}{3} + \dfrac{-9}{5}\right)$ | $B = \dfrac{-36}{5} + \dfrac{6}{5} \times \dfrac{25}{63}$ | $C = \dfrac{\dfrac{8}{7} + 3}{\dfrac{3}{5} + 7}$

Exercice 17

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = -99 - \dfrac{11}{7} \times \dfrac{-16}{11}$ | $B = \dfrac{-1}{2} \div \left(\dfrac{3}{11} + \dfrac{-1}{5}\right)$ | $C = \dfrac{\dfrac{3}{7} - 4}{\dfrac{7}{8} + 10}$

Exercice 18

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \dfrac{\dfrac{-1}{6} + 1}{\dfrac{7}{6} - 10}$ | $B = \dfrac{-5}{3} \div \left(\dfrac{-1}{5} + \dfrac{4}{11}\right)$ | $C = \dfrac{-28}{11} - \dfrac{3}{11} \div \dfrac{-4}{33}$

Exercice 19

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \dfrac{20}{9} - \dfrac{-5}{9} \div \dfrac{-40}{27}$ | $B = \dfrac{7}{5} \div \left(\dfrac{-13}{12} + \dfrac{3}{11}\right)$ | $C = \dfrac{\dfrac{5}{9} + 3}{\dfrac{-7}{8} - 6}$

Exercice 20

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \dfrac{3}{8} \div \left(\dfrac{13}{5} + \dfrac{-13}{6}\right)$ | $B = \dfrac{70}{13} - \dfrac{100}{39} \div \dfrac{-40}{13}$ | $C = \dfrac{\dfrac{4}{5} + 4}{\dfrac{-5}{8} - 9}$

Exercice 21

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{0{,}25 \times 10^{-4} \times 320 \times 10^{9}}{1{,}6 \times \left(10^{8}\right)^{4}}$ | $B = \dfrac{0{,}16 \times 10^{1} \times 40 \times 10^{7}}{32\ 000 \times \left(10^{-2}\right)^{5}}$

Exercice 22

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{0{,}28 \times 10^8 \times 150 \times 10^9}{0{,}8 \times \left(10^5\right)^3}$ | $B = \dfrac{40 \times 10^8 \times 36 \times 10^2}{2 \times \left(10^{-6}\right)^4}$

Exercice 23

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{16 \times 10^9 \times 120 \times 10^5}{60 \times \left(10^{10}\right)^2}$ | $B = \dfrac{0{,}27 \times 10^{-1} \times 56 \times 10^7}{3\ 150 \times \left(10^{-8}\right)^4}$

Exercice 24

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{0{,}25 \times 10^{-9} \times 3\ 600 \times 10^{-1}}{40 \times \left(10^{-9}\right)^2}$ | $B = \dfrac{210 \times 10^{-4} \times 160 \times 10^4}{28 \times \left(10^6\right)^2}$

Exercice 25

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{2\ 100 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^{-7}}{7{,}5 \times \left(10^{-10}\right)^3}$ | $B = \dfrac{7{,}2 \times 10^{-4} \times 0{,}28 \times 10^5}{280 \times \left(10^9\right)^5}$

Exercice 26

►1. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = \sqrt{12} + 3\sqrt{48} - 2\sqrt{27}$ | $B = \sqrt{90} \times \sqrt{40} \times \sqrt{160}$

►2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(2\sqrt{3} - 5\sqrt{5}\right)^2$ | $D = \left(4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}\right)^2$

►3. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(3 - 5\sqrt{5}\right)\left(3 + 5\sqrt{5}\right)$ | $F = \dfrac{18\sqrt{28}}{4\sqrt{63}}$

Exercice 27

►1. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = 4\sqrt{112} - 5\sqrt{63} + 5\sqrt{28}$ | $B = \sqrt{12} \times \sqrt{27} \times \sqrt{48}$

►2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(3\sqrt{5} - 3\sqrt{7}\right)^2$ | $D = \left(2\sqrt{7} + 3\sqrt{6}\right)^2$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(2 - 3\sqrt{10}\right)\left(2 + 3\sqrt{10}\right)$ | $F = \dfrac{18\sqrt{40}}{4\sqrt{90}}$

Exercice 28

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = 3\sqrt{45} - \sqrt{80} - \sqrt{20}$ | $B = \sqrt{8} \times \sqrt{32} \times \sqrt{18}$

▶**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(4\sqrt{6} - 5\sqrt{10}\right)^2$ | $D = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(4 + 3\sqrt{7}\right)\left(4 - 3\sqrt{7}\right)$ | $F = \dfrac{36\sqrt{40}}{8\sqrt{90}}$

Exercice 29

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = -3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + 5\sqrt{80}$ | $B = \sqrt{24} \times \sqrt{96} \times \sqrt{54}$

▶**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{7}\right)^2$ | $D = \left(4\sqrt{10} + 3\sqrt{3}\right)^2$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(3 + 4\sqrt{7}\right)\left(3 - 4\sqrt{7}\right)$ | $F = \dfrac{64\sqrt{54}}{12\sqrt{96}}$

Exercice 30

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = \sqrt{27} - 2\sqrt{12} + 4\sqrt{48}$ | $B = \sqrt{96} \times \sqrt{24} \times \sqrt{54}$

▶**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(3\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)^2$ | $D = \left(2\sqrt{7} - \sqrt{10}\right)^2$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(4 + 3\sqrt{2}\right)\left(4 - 3\sqrt{2}\right)$

$F = \dfrac{36\sqrt{40}}{8\sqrt{90}}$

Exercice 31

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} -6x + 2y = -26 \\ 10x - 4y = 44 \end{cases}$

Exercice 32

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} -9x - 9y = 45 \\ 8x - 4y = -100 \end{cases}$

Exercice 33

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} 2x - 9y = 76 \\ 10x + 6y = -130 \end{cases}$

Exercice 34

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} 2x - 4y = -28 \\ -7x + 8y = 44 \end{cases}$

Exercice 35

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} 10x - 3y = 18 \\ 6x - 7y = -10 \end{cases}$

Exercice 36

▶**1.** CGJ est un triangle rectangle en J tel que : $JC = 1,7\,\text{cm}$ et $JG = 3,3\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{JGC}$, arrondie au dixième.

▶**2.** HPF est un triangle rectangle en F tel que : $FP = 1,2\,\text{cm}$ et $\widehat{FHP} = 34°$.
Calculer la longueur HP, arrondie au millième.

Exercice 37

▶**1.** UYI est un triangle rectangle en U tel que : $UI = 3,1\,\text{cm}$ et $IY = 5,3\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{UIY}$, arrondie au centième.

▶**2.** JCV est un triangle rectangle en V tel que : $VJ = 2,2\,\text{cm}$ et $\widehat{VJC} = 68°$.
Calculer la longueur VC, arrondie au dixième.

Exercice 38

▶**1.** QEP est un triangle rectangle en E tel que : $EQ = 2,8\,\text{cm}$ et $EP = 3,2\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EPQ}$, arrondie au dixième.

▶**2.** ORN est un triangle rectangle en N tel que : $RO = 1,3\,\text{cm}$ et $\widehat{NRO} = 51°$.
Calculer la longueur NO, arrondie au millième.

Exercice 39

►**1.** NEG est un triangle rectangle en G tel que : $GE = 6,2\,\text{cm}$ et $GN = 8\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GNE}$, arrondie au dixième.

►**2.** CTY est un triangle rectangle en C tel que : $CY = 4,5\,\text{cm}$ et $\widehat{CYT} = 58°$.
Calculer la longueur YT, arrondie au millième.

Exercice 40

►**1.** VGX est un triangle rectangle en V tel que : $XG = 2,9\,\text{cm}$ et $\widehat{VXG} = 26°$.
Calculer la longueur VX, arrondie au dixième.

►**2.** DMW est un triangle rectangle en D tel que : $DW = 3,5\,\text{cm}$ et $DM = 9,3\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DMW}$, arrondie au millième.

Exercice 41

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -2\,x^2 + 4\,x + 70$.

►**1.** **a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -2\,(x-7)\,(x+5)$.
b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -2\,(x-1)^2 + 72$.

►**2.** Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.
a) $f(x) = 0$
b) $f(x) = 70$
c) $f(x) = 72$

►**3.** **a)** Dresser le tableau de variations de f.
b) Dresser le tableau de signes de f.

►**4.** Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.
a) Résoudre $f(x) \geqslant 0$.
b) Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 42

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -2\,x^2 - 20\,x + 150$.

►**1.** **a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -2\,(x-5)\,(x+15)$.
b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -2\,(x+5)^2 + 200$.

►**2.** Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.
a) $f(x) = 0$
b) $f(x) = 150$
c) $f(x) = 200$

►**3.** **a)** Dresser le tableau de variations de f.
b) Dresser le tableau de signes de f.

►**4.** Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.
a) Résoudre $f(x) \geqslant 0$.
b) Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 43

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto 2\,x^2 + 30\,x + 88$.

▶1. **a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = 2\,(x+4)\,(x+11)$.

b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = 2\,(x+7{,}5)^2 - 24{,}50$.

▶2. Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = 88$

c) $f(x) = -24{,}50$

▶3. **a)** Dresser le tableau de variations de f.

b) Dresser le tableau de signes de f.

▶4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

a) Résoudre $f(x) \geqslant 0$.

b) Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 44

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -0{,}5\,x^2 + 5\,x - 12$.

▶1. **a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -0{,}5\,(x-6)\,(x-4)$.

b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -0{,}5\,(x-5)^2 + 0{,}5$.

▶2. Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = -12$

c) $f(x) = 0{,}5$

▶3. **a)** Dresser le tableau de variations de f.

b) Dresser le tableau de signes de f.

▶4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

a) Résoudre $f(x) \geqslant 0$.

b) Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 45

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x + 10$.

▶1. **a)** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -0{,}5\,(x-5)\,(x+4)$.

b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = -0{,}5\,(x-0{,}5)^2 + 10{,}125$.

▶2. Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = 10$

c) $f(x) = 10{,}125$

▶3. **a)** Dresser le tableau de variations de f.

b) Dresser le tableau de signes de f.

▶4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

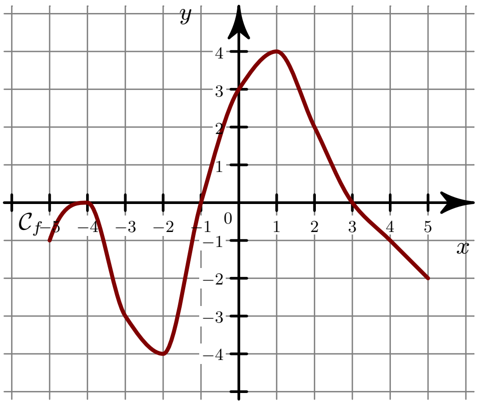
a) Résoudre $f(x) \geqslant 0$.

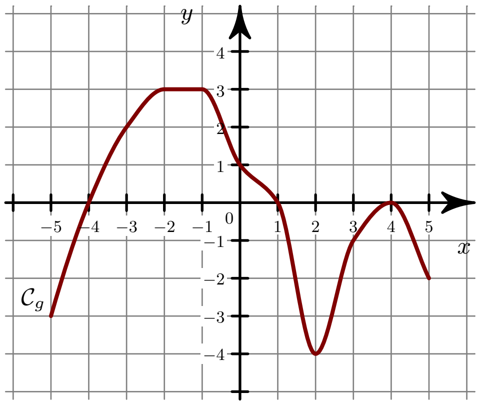
b) Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 46

►**1.** Quel est le sens de variation de la fonction f ? Répondre par une phrase en précisant les intervalles.

►**2.** Tracer les tableaux de variation des fonctions f et g.

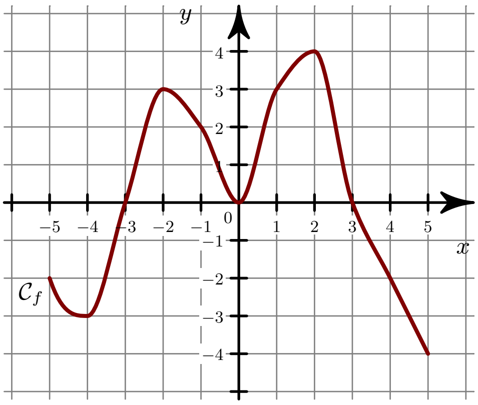


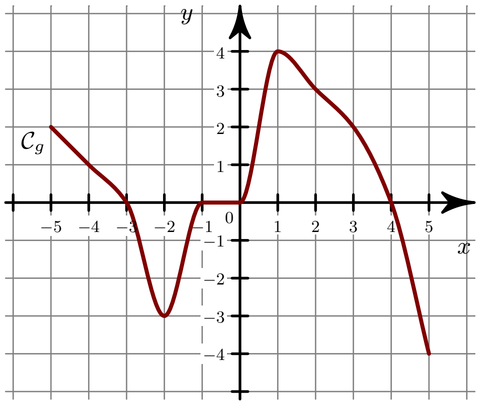


Exercice 47

►**1.** Quel est le sens de variation de la fonction f ? Répondre par une phrase en précisant les intervalles.

►**2.** Tracer les tableaux de variation des fonctions f et g.

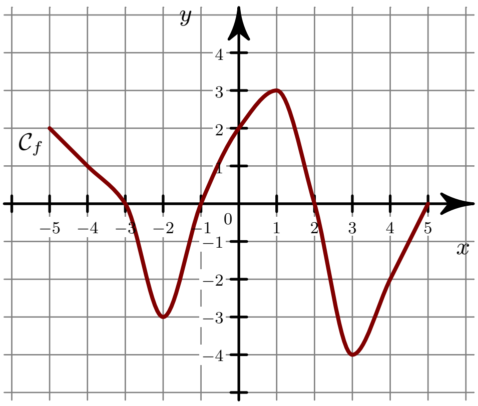


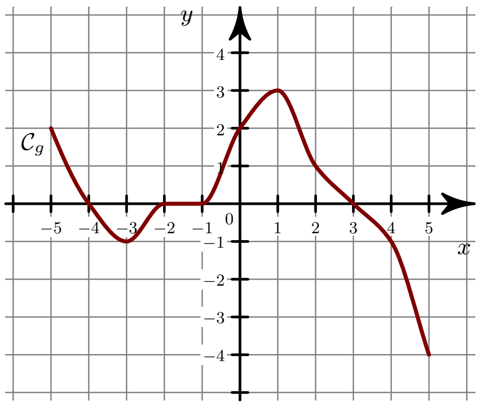


Exercice 48

►**1.** Quel est le sens de variation de la fonction f ? Répondre par une phrase en précisant les intervalles.

►**2.** Tracer les tableaux de variation des fonctions f et g.

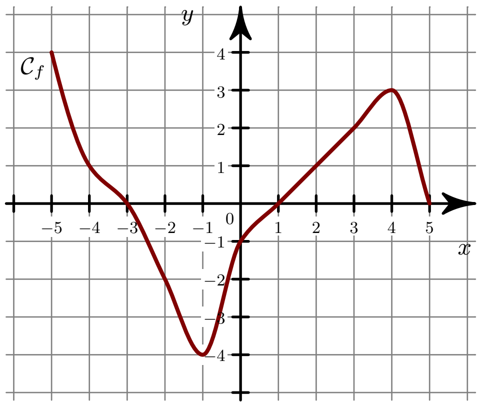


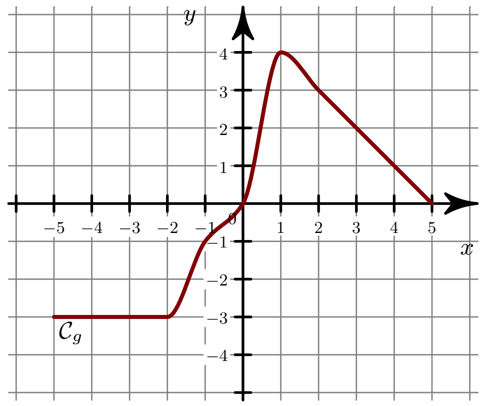


Exercice 49

►**1.** Quel est le sens de variation de la fonction f ? Répondre par une phrase en précisant les intervalles.

►**2.** Tracer les tableaux de variation des fonctions f et g.

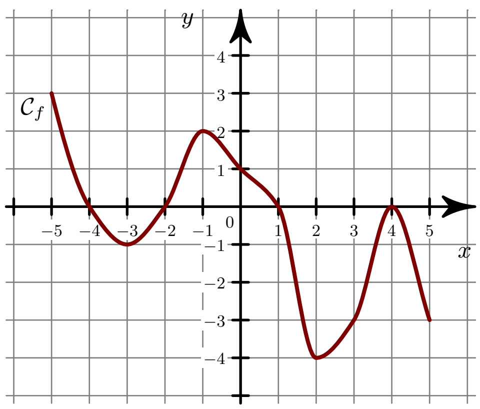


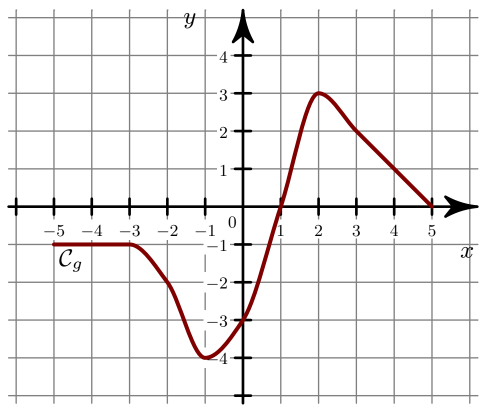


Exercice 50

►**1.** Quel est le sens de variation de la fonction f ? Répondre par une phrase en précisant les intervalles.

►**2.** Tracer les tableaux de variation des fonctions f et g.





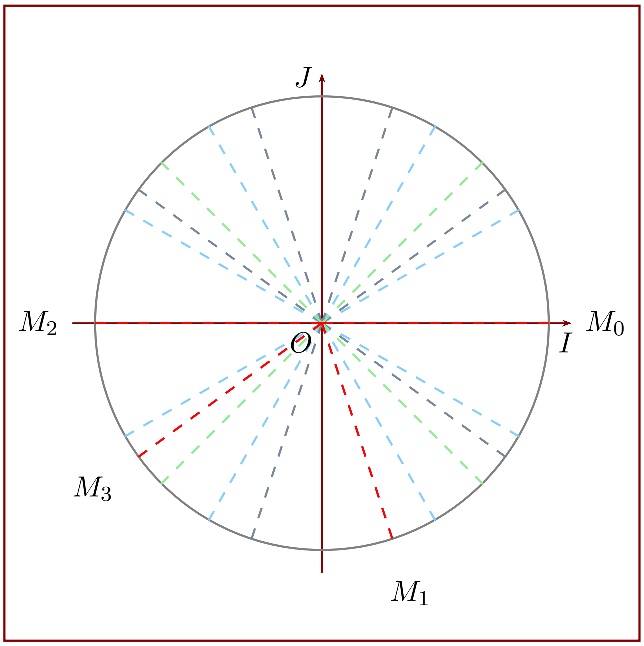
Exercice 51

►**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 198°, 123°, 71°, 62° et 178°.

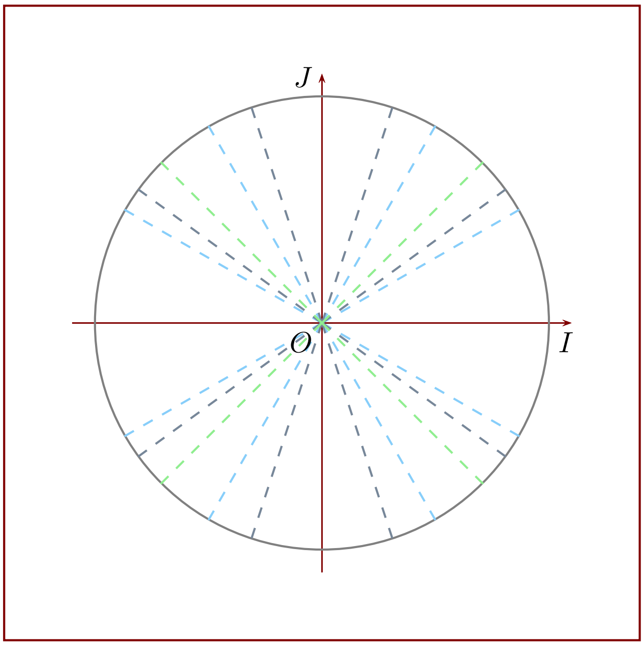
►**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\dfrac{17\pi}{10}$, $\dfrac{8\pi}{18}$, $\dfrac{9\pi}{6}$, $\dfrac{61\pi}{180}$ et $\dfrac{7\pi}{5}$ rad.

►**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\dfrac{55\pi}{19}$, $\dfrac{46\pi}{20}$, $\dfrac{105\pi}{19}$, $\dfrac{106\pi}{7}$ et $\dfrac{-20\pi}{15}$ rad.

►**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\dfrac{\pi}{3}$, de $\dfrac{\pi}{4}$ et de $\dfrac{\pi}{5}$).



▶**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : π, $\dfrac{4\pi}{6}$, $\dfrac{-3\pi}{6}$ et $\dfrac{4\pi}{2}$ rad.



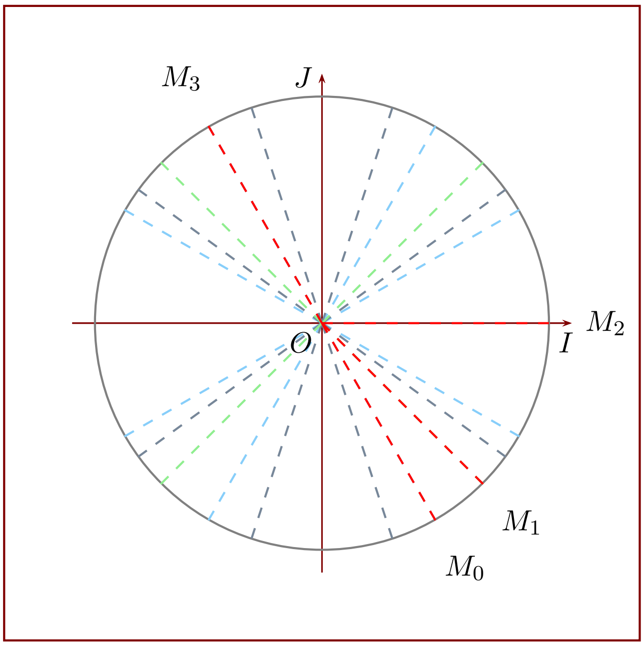
Exercice 52

▶**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 90°, 302°, 317°, 293° et 130°.

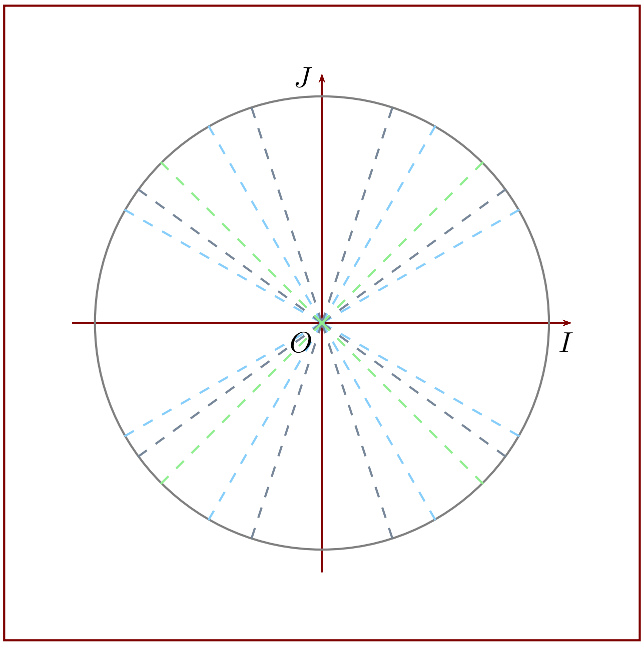
▶**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\dfrac{99\pi}{90}$, 2π, $\dfrac{72\pi}{36}$, $\dfrac{6\pi}{15}$ et $\dfrac{4\pi}{6}$ rad.

▶**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\dfrac{47\pi}{25}$, $\dfrac{19\pi}{13}$, $\dfrac{72\pi}{20}$, $\dfrac{50\pi}{29}$ et $\dfrac{-31\pi}{21}$ rad.

▶**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\dfrac{\pi}{3}$, de $\dfrac{\pi}{4}$ et de $\dfrac{\pi}{5}$).



►5. Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : $\frac{2\pi}{5}$, $\frac{2\pi}{4}$, $-\pi$ et $\frac{8\pi}{4}$ rad.



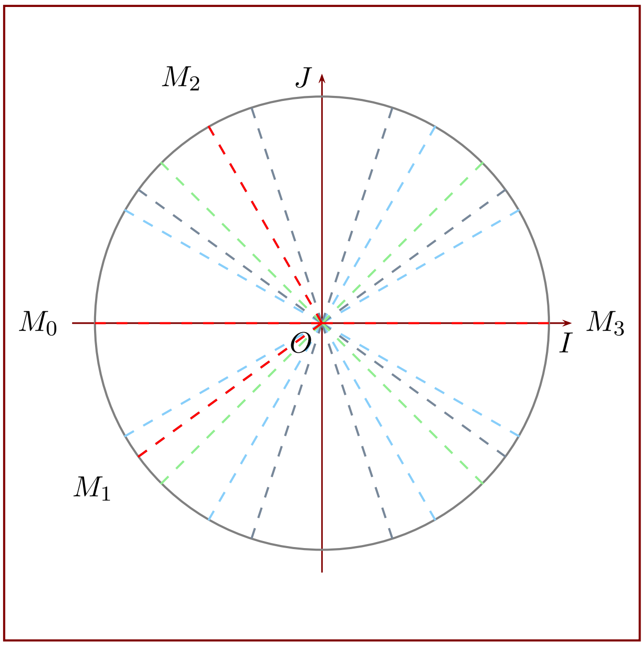
Exercice 53

►1. Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 69°, 100°, 319°, 289° et 218°.

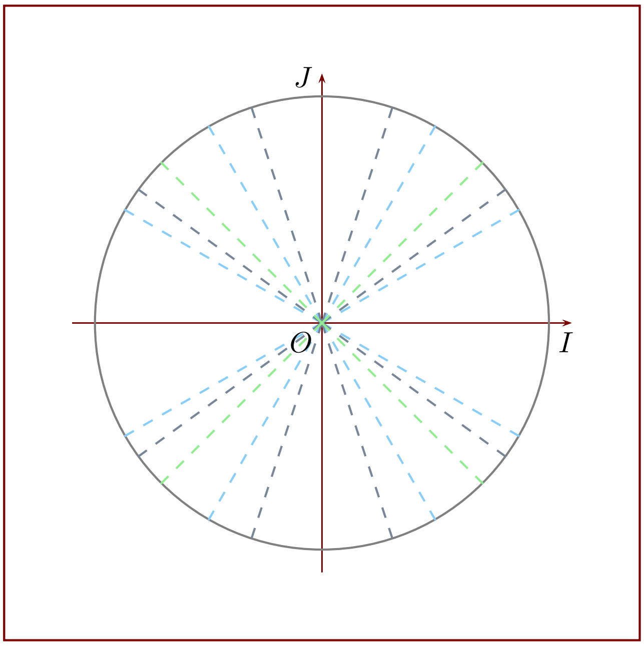
►2. Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\frac{9\pi}{36}$, $\frac{7\pi}{45}$, $\frac{18\pi}{9}$, $\frac{29\pi}{15}$ et $\frac{16\pi}{30}$ rad.

►3. Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\frac{15\pi}{6}$, π, $\frac{11\pi}{6}$, $\frac{49\pi}{26}$ et $\frac{-68\pi}{7}$ rad.

►4. Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\frac{\pi}{3}$, de $\frac{\pi}{4}$ et de $\frac{\pi}{5}$).



►**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : π, $\dfrac{\pi}{5}$, $\dfrac{-2\pi}{5}$ et $\dfrac{62\pi}{5}$ rad.



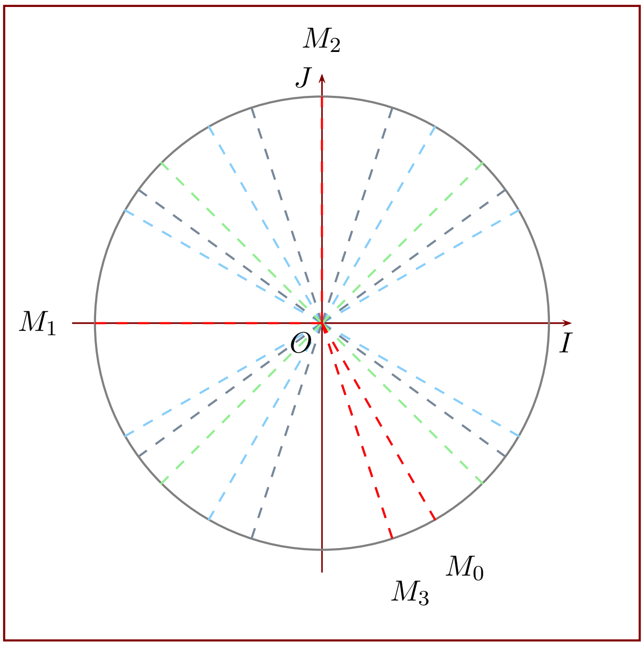
Exercice 54

►**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 159°, 220°, 326°, 166° et 238°.

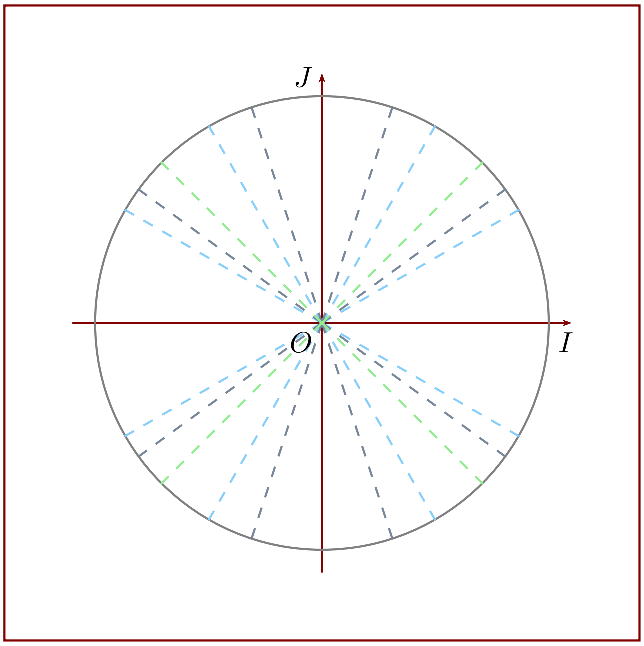
►**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : π, $\dfrac{99\pi}{90}$, $\dfrac{9\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{3}$ et $\dfrac{3\pi}{2}$ rad.

►**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\dfrac{26\pi}{14}$, $\dfrac{30\pi}{26}$, $\dfrac{84\pi}{15}$, $\dfrac{22\pi}{20}$ et $\dfrac{-98\pi}{26}$ rad.

►**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\dfrac{\pi}{3}$, de $\dfrac{\pi}{4}$ et de $\dfrac{\pi}{5}$).



►**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{-2\pi}{4}$ et $\frac{11\pi}{6}$ rad.



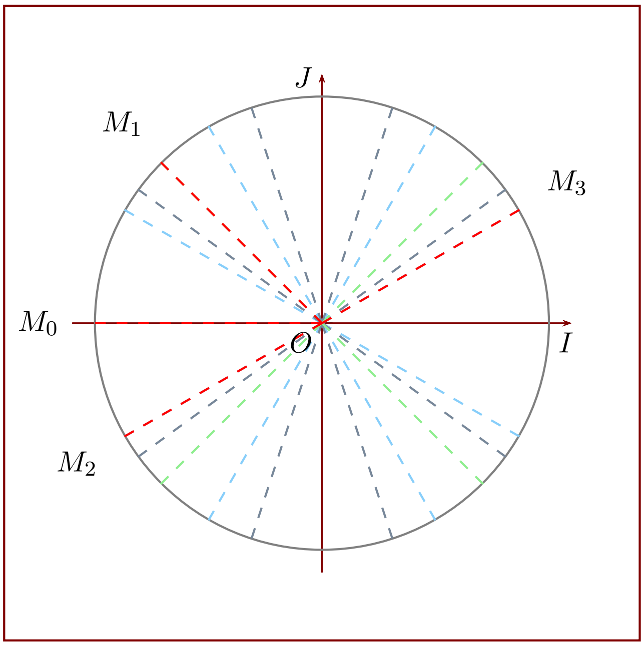
Exercice 55

►**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 11°, 253°, 21°, 347° et 60°.

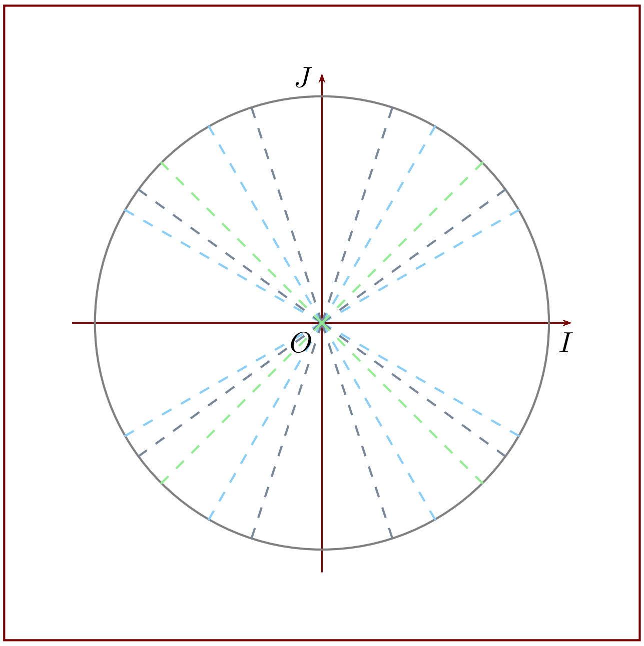
►**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\frac{7\pi}{4}$, $\frac{12\pi}{6}$, $\frac{10\pi}{6}$, $\frac{10\pi}{5}$ et $\frac{53\pi}{45}$ rad.

►**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\frac{21\pi}{13}$, π, $\frac{68\pi}{5}$, $\frac{26\pi}{21}$ et $\frac{-16\pi}{14}$ rad.

►**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\frac{\pi}{3}$, de $\frac{\pi}{4}$ et de $\frac{\pi}{5}$).

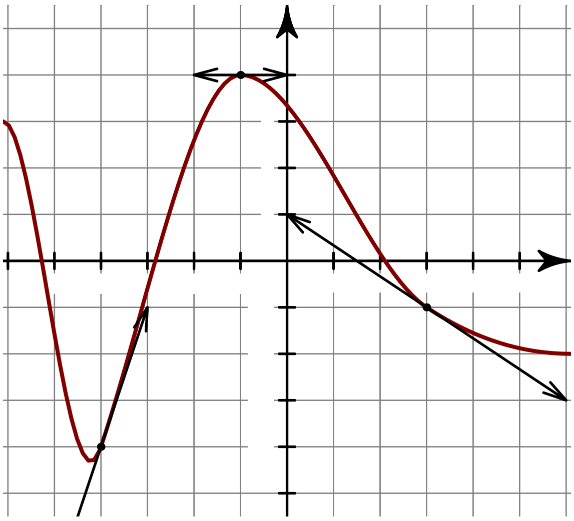


▶**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : π, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{-5\pi}{6}$ et $\frac{106\pi}{6}$ rad.



Exercice 56

▶**1.** Déterminer graphiquement les nombres dérivés de la fonction f en $x=-4$ $x=-1$ $x=3$.



▶**2.** On considère le tableau de valeurs suivant :

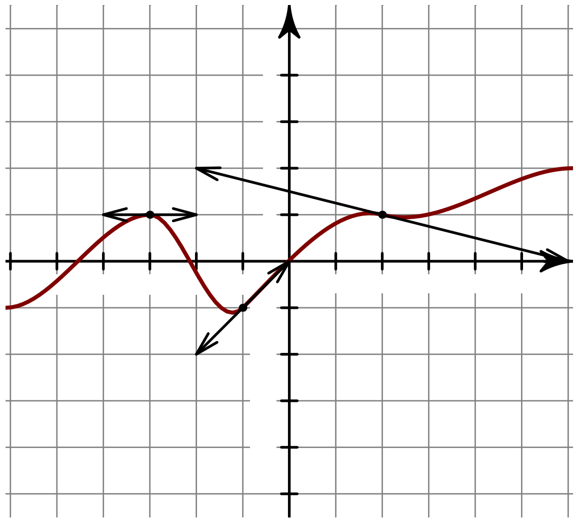
x	-4	0	1	5
$g(x)$	4	-2	-3	-3
$g'(x)$	-1	4	$\frac{3}{2}$	0

a) Dans un nouveau repère, placer les points de la courbe $\mathcal{C}_g$ ainsi connus.

b) Tracer les tangentes à $\mathcal{C}_g$ en ces points.

c) Donner une allure possible de la courbe $\mathcal{C}_g$.

Exercice 57



▶**1.** Déterminer graphiquement les nombres dérivés de la fonction f en $x = -3$ $x = -1$ $x = 2$.

▶**2.** On considère le tableau de valeurs suivant :

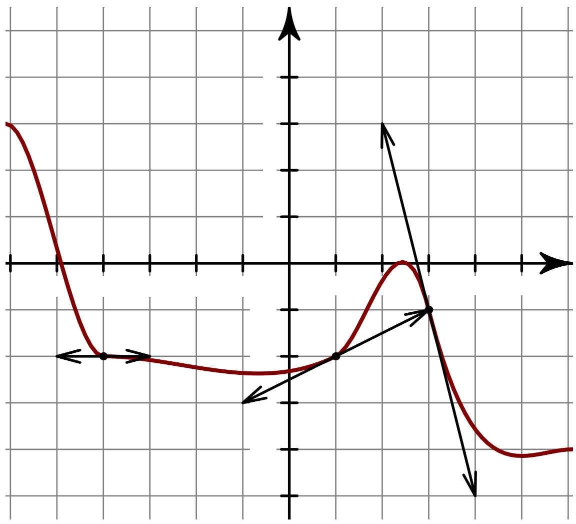
x	-4	-1	1	2
$g(x)$	-3	-2	2	2
$g'(x)$	3	$\frac{1}{3}$	-4	0

a) Dans un nouveau repère, placer les points de la courbe $\mathcal{C}_g$ ainsi connus.

b) Tracer les tangentes à $\mathcal{C}_g$ en ces points.

c) Donner une allure possible de la courbe $\mathcal{C}_g$.

Exercice 58



▶**1.** Déterminer graphiquement les nombres dérivés de la fonction f en $x = -4$ $x = 1$ $x = 3$.

▶**2.** On considère le tableau de valeurs suivant :

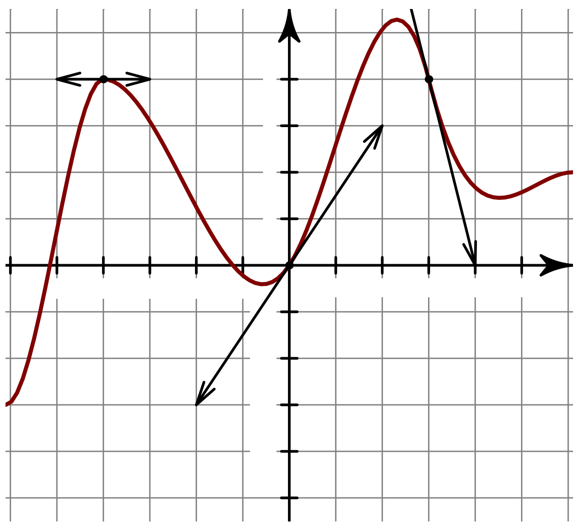
x	-3	-2	3	5
$g(x)$	4	1	-1	-3
$g'(x)$	2	1	$\frac{-3}{2}$	0

a) Dans un nouveau repère, placer les points de la courbe $\mathcal{C}_g$ ainsi connus.

b) Tracer les tangentes à $\mathcal{C}_g$ en ces points.

c) Donner une allure possible de la courbe $\mathcal{C}_g$.

Exercice 59



▶**1.** Déterminer graphiquement les nombres dérivés de la fonction f en $x = -4$ $x = 0$ $x = 3$.

▶**2.** On considère le tableau de valeurs suivant :

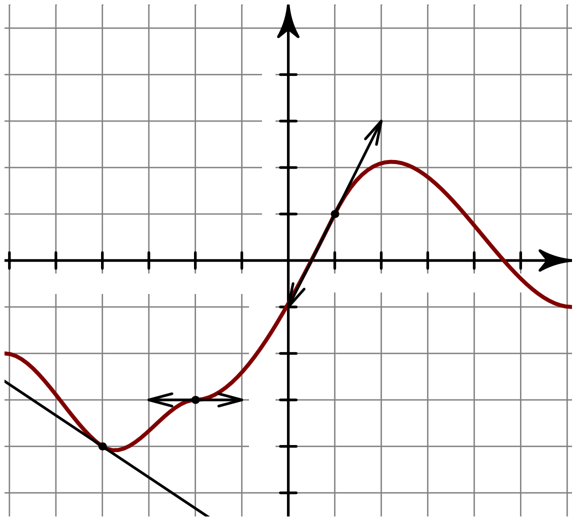
x	-2	0	3	4
$g(x)$	-3	-2	-3	-4
$g'(x)$	-2	3	$\frac{1}{4}$	0

a) Dans un nouveau repère, placer les points de la courbe $\mathcal{C}_g$ ainsi connus.

b) Tracer les tangentes à $\mathcal{C}_g$ en ces points.

c) Donner une allure possible de la courbe $\mathcal{C}_g$.

Exercice 60



►**1.** Déterminer graphiquement les nombres dérivés de la fonction f en $x = -4$ $x = -2$ $x = 1$.

►**2.** On considère le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	3	5
$g(x)$	1	2	2	0
$g'(x)$	-4	0	3	$\frac{3}{2}$

a) Dans un nouveau repère, placer les points de la courbe $\mathcal{C}_g$ ainsi connus.

b) Tracer les tangentes à $\mathcal{C}_g$ en ces points.

c) Donner une allure possible de la courbe $\mathcal{C}_g$.

Exercice 61

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$P(x) = 16\,x^2 - 8\,x + 1$ $Q(x) = x^2 - 7\,x - 8$ $R(x) = -5\,x^2 - 7\,x + 5$ $S(x) = x^2 - 8\,x + 7$

Exercice 62

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$P(x) = 36\,x^2 - 60\,x + 25$ $Q(x) = x^2 - 18\,x - 9$ $R(x) = 4\,x^2 - x - 1$ $S(x) = x^2 - 3\,x + 2$

Exercice 63

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$P(x) = 49\,x^2 - 28\,x + 4$ $Q(x) = x^2 + 5\,x - 8$ $R(x) = -4\,x^2 + 4\,x + 6$ $S(x) = x^2 + 4\,x + 8$

Exercice 64

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$P(x) = 5\,x^2 + 5\,x - 4$ $Q(x) = x^2 + 14\,x - 7$ $R(x) = 64\,x^2 - 128\,x + 64$ $S(x) = x^2 - 7\,x + 3$

Exercice 65

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$P(x) = x^2 - 7\,x - 3$ $Q(x) = 49\,x^2 + 70\,x + 25$ $R(x) = x^2 - 8\,x + 8$ $S(x) = 3\,x^2 + x + 6$

Exercice 66

Déterminer les racines des polynômes :

$P\,(x) = 64\,x^2 + 36 + 96\,x$ $Q\,(x) = -8\,x - 5\,x^2$ $R\,(x) = 10\,x - 2 + x^2$

Exercice 67

Déterminer les racines des polynômes :

$P\,(x) = 9\,x^2 - 9$ $Q\,(x) = 12\,x - x^2 - 4$ $R\,(x) = 5 + 4\,x^2$

Exercice 68

Déterminer les racines des polynômes :

$P\,(x) = -25 + 25\,x^2$ $Q\,(x) = -12\,x + 4\,x^2 + 9$ $R\,(x) = -1 - x^2 - 14\,x$

Exercice 69

Déterminer les racines des polynômes :

$P\,(x) = -2 - 3\,x^2$ $Q\,(x) = 6\,x + 1 + x^2$ $R\,(x) = -144\,x + 64\,x^2 + 81$

Exercice 70

Déterminer les racines des polynômes :

$P\,(x) = 8 - 2\,x^2$ $Q\,(x) = -8\,x + 8 + x^2$ $R\,(x) = 36\,x^2 + 49 - 84\,x$

Exercice 71

Factoriser les polynômes suivants :

►**1.** Factoriser $R(z) = 288z^2 - 512$ à l'aide d'une identité remarquable.

►**2.** $Q(t) = t^2 - 8t - 9$

►**3.** $P(y) = 32y^2 + 84y + 27$

►**4.** $Q(z) = z^2 + 9z + 6$

Exercice 72

Factoriser les polynômes suivants :

►**1.** Factoriser $P(t) = 4t^2 + 20t + 25$ à l'aide d'une identité remarquable.

►**2.** $R(x) = x^2 + 6x - 7$

►**3.** $R(x) = 40x^2 - 37x + 4$

►**4.** $S(t) = -t^2 + 3t - 4$

Exercice 73

Factoriser les polynômes suivants :

►**1.** Factoriser $R(t) = 36t^2 - 729$ à l'aide d'une identité remarquable.

►**2.** $P(y) = y^2 - 11y + 18$

►**3.** $P(x) = 64x^2 - 48x + 5$

►**4.** $S(y) = -y^2 + 2y - 7$

Exercice 74

Factoriser les polynômes suivants :

►1. Factoriser $P(t) = 180t^2 + 180t + 45$ à l'aide d'une identité remarquable.

►2. $Q(x) = x^2 - 9x + 20$

►3. $S(t) = 24t^2 - 26t + 5$

►4. $S(t) = t^2 + 4t$

Exercice 75

Factoriser les polynômes suivants :

►1. Factoriser $R(x) = 9x^2 - 25$ à l'aide d'une identité remarquable.

►2. $P(y) = y^2 + 12y + 35$

►3. $R(z) = 63z^2 + 82z + 24$

►4. $P(x) = x^2 + 3x - 1$

Exercice 76

►1. Soit $E = x^3 - 18x^2 + 96x - 128$

a) Vérifier si E possède une racine évidente.

b) Factoriser E.

►2. Soit $F = -5x^3 + 6x^2 + 23x + 12$

a) Vérifier si F possède une racine évidente.

b) Factoriser F.

Exercice 77

►1. Soit $E = x^3 - 2x^2 - 8x$

a) Vérifier si E possède une racine évidente.

b) Factoriser E.

►2. Soit $F = 4x^3 - 29x^2 + 45x$

a) Vérifier si F possède une racine évidente.

b) Factoriser F.

Exercice 78

►1. Soit $E = x^3 + 8x^2 - 11x - 18$

a) Vérifier que -9 est une racine de E.

b) Factoriser E.

►2. Soit $F = 96x^3 + 164x^2 + 75x + 7$

a) Vérifier si F possède une racine évidente.

b) Factoriser F.

Exercice 79

►1. Soit $E = x^3 - 13x - 12$

a) Vérifier que -3 est une racine de E.

b) Factoriser E.

►2. Soit $F = -x^3 + x^2 + x - 1$

a) Vérifier si F possède une racine évidente.

b) Factoriser F.

Exercice 80

►**1.** Soit $E = x^3 + 11x^2 + 10x$

a) Vérifier que -10 est une racine de E.

b) Factoriser E.

►**2.** Soit $F = 36x^3 - 65x^2 + 34x - 5$

a) Vérifier si F possède une racine évidente.

b) Factoriser F.

Exercice 81

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $x^2 - 13x + 36 = 0$

►**2.** $11y^2 - 82y - 48 = 0$

►**3.** $-z^2 + 5z = 0$

Exercice 82

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $y^2 - 10y + 9 = 0$

►**2.** $8y^2 + 26y - 7 = 0$

►**3.** $-y^2 - 5 = 0$

Exercice 83

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $x^2 + x - 30 = 0$

►**2.** $12x^2 - 16x - 35 = 0$

►**3.** $-x^2 + 2x + 1 = 0$

Exercice 84

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $z^2 + 10z + 16 = 0$

►**2.** $-5x^2 + 9x - 4 = 0$

►**3.** $y^2 + 4y + 2 = 0$

Exercice 85

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $x^2 + 14x + 40 = 0$

►**2.** $-10t^2 - 11t + 18 = 0$

►**3.** $y^2 + 7y + 4 = 0$

Corrigé de l'exercice 1

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A=(9\,x+2)\times(-8\,x-3)+(4\,x+5)\times(-8\,x-3)$
$A=(-8\,x-3)\times(9\,x+2+4\,x+5)$
$A=(-8\,x-3)\times(9\,x+4\,x+2+5)$
$\boxed{A=(-8\,x-3)\times(13\,x+7)}$

$B=25\,x^2+90\,x+81$
$B=(5\,x)^2+2\times5\,x\times9+9^2$
$\boxed{B=(5\,x+9)^2}$

$C=16-(-3\,x+3)^2$
$C=4^2-(-3\,x+3)^2$
$C=(4-3\,x+3)\times(4-(-3\,x+3))$
$C=(-3\,x+4+3)\times(4+3\,x-3)$
$C=(-3\,x+4+3)\times(3\,x+4-3)$
$\boxed{C=(-3\,x+7)\times(3\,x+1)}$

$D=-4\,x^2+16$
$D=\sqrt{16}^2-\left(\sqrt{4}\,x\right)^2$
$D=\left(\sqrt{16}+\sqrt{4}\,x\right)\times\left(\sqrt{16}-\sqrt{4}\,x\right)$
$D=\left(\sqrt{4}\,x+\sqrt{16}\right)\times(4-2\,x)$
$D=\left(\sqrt{4}\,x+\sqrt{16}\right)\times(-2\,x+4)$
$\boxed{D=(2\,x+4)\times(-2\,x+4)}$

$E=-(9\,x-7)^2+(-6\,x+3)\times(9\,x-7)$
$E=-(9\,x-7)\times(9\,x-7)+(-6\,x+3)\times(9\,x-7)$
$E=(9\,x-7)\times(-(9\,x-7)-6\,x+3)$
$E=(9\,x-7)\times(-9\,x+7-6\,x+3)$
$E=(9\,x-7)\times(-9\,x-6\,x+7+3)$
$\boxed{E=(9\,x-7)\times(-15\,x+10)}$

$F=7\,x+4+(7\,x+4)\times(10\,x+1)$
$F=(7\,x+4)\times1+(7\,x+4)\times(10\,x+1)$
$F=(7\,x+4)\times(1+10\,x+1)$
$F=(7\,x+4)\times(10\,x+1+1)$
$\boxed{F=(7\,x+4)\times(10\,x+2)}$

Corrigé de l'exercice 2

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A=9\,x^2-36\,x+36$
$A=(3\,x)^2-2\times3\,x\times6+6^2$
$\boxed{A=(3\,x-6)^2}$

$B=(4\,x-10)\times(3\,x+3)+(8\,x-5)\times(3\,x+3)$
$B=(3\,x+3)\times(4\,x-10+8\,x-5)$
$B=(3\,x+3)\times(4\,x+8\,x-10-5)$
$\boxed{B=(3\,x+3)\times(12\,x-15)}$

$C=-(7\,x-2)^2+16\,x^2$
$C=-(7\,x-2)^2+(4\,x)^2$
$C=(4\,x+7\,x-2)\times(4\,x-(7\,x-2))$
$C=(11\,x-2)\times(4\,x-7\,x+2)$
$\boxed{C=(11\,x-2)\times(-3\,x+2)}$

$D=25\,x^2-9$
$D=\left(\sqrt{25}\,x\right)^2-\sqrt{9}^2$
$D=\left(\sqrt{25}\,x+\sqrt{9}\right)\times\left(\sqrt{25}\,x-\sqrt{9}\right)$
$\boxed{D=(5\,x+3)\times(5\,x-3)}$

$E=7\,x+9-(3\,x+1)\times(7\,x+9)$
$E=(7\,x+9)\times1-(3\,x+1)\times(7\,x+9)$
$E=(7\,x+9)\times(1-(3\,x+1))$
$E=(7\,x+9)\times(1-3\,x-1)$
$E=(7\,x+9)\times(-3\,x+1-1)$
$\boxed{E=(7\,x+9)\times(-3\,x)}$

$F=(8\,x+5)^2+(8\,x-1)\times(8\,x+5)$
$F=(8\,x+5)\times(8\,x+5)+(8\,x-1)\times(8\,x+5)$
$F=(8\,x+5)\times(8\,x+5+8\,x-1)$
$F=(8\,x+5)\times(8\,x+8\,x+5-1)$
$\boxed{F=(8\,x+5)\times(16\,x+4)}$

Corrigé de l'exercice 3

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = -(7x+4)^2 + 49$
$A = -(7x+4)^2 + 7^2$
$A = (7 + 7x + 4) \times (7 - (7x+4))$
$A = (7x + 7 + 4) \times (7 - 7x - 4)$
$A = (7x + 7 + 4) \times (-7x + 7 - 4)$
$\boxed{A = (7x + 11) \times (-7x + 3)}$

$B = (x+1) \times (4x+4) + (x+1) \times (10x+4)$
$B = (x+1) \times (4x + 4 + 10x + 4)$
$B = (x+1) \times (4x + 10x + 4 + 4)$
$\boxed{B = (x+1) \times (14x+8)}$

$C = -16x^2 + 1$
$C = \sqrt{1}^2 - \left(\sqrt{16}\,x\right)^2$
$C = \left(\sqrt{1} + \sqrt{16}\,x\right) \times \left(\sqrt{1} - \sqrt{16}\,x\right)$
$C = \left(\sqrt{16}\,x + \sqrt{1}\right) \times (1 - 4x)$
$C = \left(\sqrt{16}\,x + \sqrt{1}\right) \times (-4x + 1)$
$\boxed{C = (4x+1) \times (-4x+1)}$

$D = 4x^2 + 16x + 16$
$D = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 4 + 4^2$
$\boxed{D = (2x+4)^2}$

$E = (x+5)^2 - (4x+8) \times (x+5)$
$E = (x+5) \times (x+5) - (4x+8) \times (x+5)$
$E = (x+5) \times (x + 5 - (4x+8))$
$E = (x+5) \times (x + 5 - 4x - 8)$
$E = (x+5) \times (x - 4x + 5 - 8)$
$\boxed{E = (x+5) \times (-3x-3)}$

$F = (5x+8) \times (5x+8) + 5x + 8$
$F = (5x+8) \times (5x+8) + (5x+8) \times 1$
$F = (5x+8) \times (5x+8+1)$
$\boxed{F = (5x+8) \times (5x+9)}$

Corrigé de l'exercice 4

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = -(9x+1)^2 + 36$
$A = -(9x+1)^2 + 6^2$
$A = (6 + 9x + 1) \times (6 - (9x+1))$
$A = (9x + 6 + 1) \times (6 - 9x - 1)$
$A = (9x + 6 + 1) \times (-9x + 6 - 1)$
$\boxed{A = (9x+7) \times (-9x+5)}$

$B = 16x^2 + 32x + 16$
$B = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 4 + 4^2$
$\boxed{B = (4x+4)^2}$

$C = (-6x+7) \times (10x+6) + (10x+6) \times (3x+7)$
$C = (10x+6) \times (-6x + 7 + 3x + 7)$
$C = (10x+6) \times (-6x + 3x + 7 + 7)$
$\boxed{C = (10x+6) \times (-3x+14)}$

$D = 64x^2 - 16$
$D = \left(\sqrt{64}\,x\right)^2 - \sqrt{16}^2$
$D = \left(\sqrt{64}\,x + \sqrt{16}\right) \times \left(\sqrt{64}\,x - \sqrt{16}\right)$
$\boxed{D = (8x+4) \times (8x-4)}$

$E = (5x+10) \times (x+4) - (x+4)$
$E = (5x+10) \times (x+4) - (x+4) \times 1$
$E = (x+4) \times (5x + 10 - 1)$
$\boxed{E = (x+4) \times (5x+9)}$

$F = (-8x-7) \times (4x-8) + (4x-8)^2$
$F = (-8x-7) \times (4x-8) + (4x-8) \times (4x-8)$
$F = (4x-8) \times (-8x - 7 + 4x - 8)$
$F = (4x-8) \times (-8x + 4x - 7 - 8)$
$\boxed{F = (4x-8) \times (-4x-15)}$

Corrigé de l'exercice 5

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$A = -(4x-5) \times (9x-5) + (7x+9) \times (4x-5)$
$A = (4x-5) \times (-(9x-5) + 7x + 9)$
$A = (4x-5) \times (-9x + 5 + 7x + 9)$
$A = (4x-5) \times (-9x + 7x + 5 + 9)$
$\boxed{A = (4x-5) \times (-2x+14)}$

$B = x^2 - 10x + 25$
$B = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$
$\boxed{B = (x-5)^2}$

$C = -25x^2 + (8x+2)^2$
$C = -(5x)^2 + (8x+2)^2$
$C = (8x + 2 + 5x) \times (8x + 2 - 5x)$
$C = (8x + 5x + 2) \times (8x - 5x + 2)$

$\boxed{C = (13\,x + 2) \times (3\,x + 2)}$

$D = -9\,x^2 + 81$
$D = \sqrt{81}^2 - \left(\sqrt{9}\,x\right)^2$
$D = \left(\sqrt{81} + \sqrt{9}\,x\right) \times \left(\sqrt{81} - \sqrt{9}\,x\right)$
$D = \left(\sqrt{9}\,x + \sqrt{81}\right) \times (9 - 3\,x)$
$D = \left(\sqrt{9}\,x + \sqrt{81}\right) \times (-3\,x + 9)$
$\boxed{D = (3\,x + 9) \times (-3\,x + 9)}$

$E = (x + 4)^2 + (3\,x + 3) \times (x + 4)$
$E = (x + 4) \times (x + 4) + (3\,x + 3) \times (x + 4)$
$E = (x + 4) \times (x + 4 + 3\,x + 3)$
$E = (x + 4) \times (x + 3\,x + 4 + 3)$
$\boxed{E = (x + 4) \times (4\,x + 7)}$

$F = (8\,x + 6) \times (10\,x + 10) + 10\,x + 10$
$F = (8\,x + 6) \times (10\,x + 10) + (10\,x + 10) \times 1$
$F = (10\,x + 10) \times (8\,x + 6 + 1)$
$\boxed{F = (10\,x + 10) \times (8\,x + 7)}$

Corrigé de l'exercice 6

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (2\,x + 1) \times (2\,x - 1)$
$A = (2\,x)^2 - 1^2$
$\boxed{A = 4\,x^2 - 1}$

$B = (2\,x - 1)^2$
$B = (2\,x)^2 - 2 \times 2\,x \times 1 + 1^2$
$\boxed{B = 4\,x^2 - 4\,x + 1}$

$C = (4\,x - 6) \times (6\,x + 4)$
$C = 4\,x \times 6\,x + 4\,x \times 4 - 6 \times 6\,x - 6 \times 4$
$C = 24\,x^2 + 16\,x - 36\,x - 24$
$C = 24\,x^2 + (16 - 36)\ x - 24$
$\boxed{C = 24\,x^2 - 20\,x - 24}$

$D = (3\,x + 5)^2$
$D = (3\,x)^2 + 2 \times 3\,x \times 5 + 5^2$
$\boxed{D = 9\,x^2 + 30\,x + 25}$

$E = -\,(10\,x - 10) \times (10\,x + 10)$
$E = -\left((10\,x)^2 - 10^2\right)$
$E = -\,(100\,x^2 - 100)$
$\boxed{E = -100\,x^2 + 100}$

$F = \left(\frac{7}{9}\,x + 3\right) \times \left(3\,x - \frac{7}{9}\right)$
$F = \frac{7}{9}\,x \times 3\,x + \frac{7}{9}\,x \times \left(-\frac{7}{9}\right) + 3 \times 3\,x + 3 \times \left(-\frac{7}{9}\right)$
$F = \frac{7 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}\,x^2 + -\frac{49}{81}\,x + 9\,x + -\frac{7 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}$
$F = \frac{7 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}\,x^2 + \left(\frac{-49}{81} + 9\right)\ x - \frac{7 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}$
$F = \frac{7}{3}\,x^2 + \left(\frac{-49}{81} + \frac{9_{\times 81}}{1_{\times 81}}\right)\ x - \frac{7}{3}$
$F = \frac{7}{3}\,x^2 + \left(\frac{-49}{81} + \frac{729}{81}\right)\ x - \frac{7}{3}$
$\boxed{F = \frac{7}{3}\,x^2 + \frac{680}{81}\,x - \frac{7}{3}}$

Corrigé de l'exercice 7

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (4\,x + 3)^2$
$A = (4\,x)^2 + 2 \times 4\,x \times 3 + 3^2$
$\boxed{A = 16\,x^2 + 24\,x + 9}$

$B = (4\,x - 8)^2$
$B = (4\,x)^2 - 2 \times 4\,x \times 8 + 8^2$
$\boxed{B = 16\,x^2 - 64\,x + 64}$

$C = (9\,x - 5) \times (5\,x + 9)$
$C = 9\,x \times 5\,x + 9\,x \times 9 - 5 \times 5\,x - 5 \times 9$
$C = 45\,x^2 + 81\,x - 25\,x - 45$
$C = 45\,x^2 + (81 - 25)\ x - 45$
$\boxed{C = 45\,x^2 + 56\,x - 45}$

$D = (5\,x - 9) \times (5\,x + 9)$
$D = (5\,x)^2 - 9^2$
$\boxed{D = 25\,x^2 - 81}$

$E = -\,(x + 7)^2$
$E = -\,(x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2)$
$E = -\,(x^2 + 14\,x + 49)$
$\boxed{E = -x^2 - 14\,x - 49}$

$F = \left(\dfrac{9}{7}\,x - 3\right)^2$
$F = \left(\dfrac{9}{7}\,x\right)^2 - 2 \times \dfrac{9}{7}\,x \times 3 + 3^2$
$\boxed{F = \dfrac{81}{49}\,x^2 - \dfrac{54}{7}\,x + 9}$

Corrigé de l'exercice 8

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (6\,x + 5)^2$
$A = (6\,x)^2 + 2 \times 6\,x \times 5 + 5^2$
$\boxed{A = 36\,x^2 + 60\,x + 25}$

$B = (2\,x + 9) \times (9\,x - 2)$
$B = 2\,x \times 9\,x + 2\,x \times (-2) + 9 \times 9\,x + 9 \times (-2)$
$B = 18\,x^2 - 4\,x + 81\,x - 18$
$B = 18\,x^2 + (-4 + 81)\;x - 18$
$\boxed{B = 18\,x^2 + 77\,x - 18}$

$C = (7\,x - 4) \times (7\,x + 4)$
$C = (7\,x)^2 - 4^2$
$\boxed{C = 49\,x^2 - 16}$

$D = (6\,x - 4)^2$
$D = (6\,x)^2 - 2 \times 6\,x \times 4 + 4^2$
$\boxed{D = 36\,x^2 - 48\,x + 16}$

$E = \left(\dfrac{5}{2}\,x + \dfrac{3}{7}\right) \times \left(\dfrac{5}{2}\,x - \dfrac{3}{7}\right)$
$E = \left(\dfrac{5}{2}\,x\right)^2 - \left(\dfrac{3}{7}\right)^2$
$\boxed{E = \dfrac{25}{4}\,x^2 - \dfrac{9}{49}}$

$F = -\,(7\,x + 4)^2$
$F = -\left((7\,x)^2 + 2 \times 7\,x \times 4 + 4^2\right)$
$F = -\,(49\,x^2 + 56\,x + 16)$
$\boxed{F = -49\,x^2 - 56\,x - 16}$

Corrigé de l'exercice 9

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (6\,x + 7) \times (6\,x - 7)$
$A = (6\,x)^2 - 7^2$
$\boxed{A = 36\,x^2 - 49}$

$B = (2\,x + 4)^2$
$B = (2\,x)^2 + 2 \times 2\,x \times 4 + 4^2$
$\boxed{B = 4\,x^2 + 16\,x + 16}$

$C = (3\,x - 3) \times (3\,x + 3)$
$C = (3\,x)^2 - 3^2$
$\boxed{C = 9\,x^2 - 9}$

$D = (9\,x - 6)^2$
$D = (9\,x)^2 - 2 \times 9\,x \times 6 + 6^2$
$\boxed{D = 81\,x^2 - 108\,x + 36}$

$E = -\,(8\,x - 5)^2$
$E = -\left((8\,x)^2 - 2 \times 8\,x \times 5 + 5^2\right)$
$E = -\,(64\,x^2 - 80\,x + 25)$
$\boxed{E = -64\,x^2 + 80\,x - 25}$

$F = \left(3\,x - \dfrac{10}{9}\right) \times \left(\dfrac{10}{9}\,x + 3\right)$
$F = 3\,x \times \dfrac{10}{9}\,x + 3\,x \times 3 + -\dfrac{10}{9} \times \dfrac{10}{9}\,x + -\dfrac{10}{9} \times 3$
$F = \dfrac{10 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}\,x^2 + 9\,x + -\dfrac{100}{81}\,x + -\dfrac{10 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}$
$F = \dfrac{10 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}\,x^2 + \left(9 - \dfrac{100}{81}\right)\,x - \dfrac{10 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}}$
$F = \dfrac{10}{3}\,x^2 + \left(\dfrac{9_{\times 81}}{1_{\times 81}} - \dfrac{100}{81}\right)\,x - \dfrac{10}{3}$
$F = \dfrac{10}{3}\,x^2 + \left(\dfrac{729}{81} - \dfrac{100}{81}\right)\,x - \dfrac{10}{3}$
$\boxed{F = \dfrac{10}{3}\,x^2 + \dfrac{629}{81}\,x - \dfrac{10}{3}}$

Corrigé de l'exercice 10

Développer chacune des expressions littérales suivantes :

$A = (7\,x - 10)^2$
$A = (7\,x)^2 - 2 \times 7\,x \times 10 + 10^2$
$\boxed{A = 49\,x^2 - 140\,x + 100}$

$B = (7\,x + 9) \times (9\,x - 7)$
$B = 7\,x \times 9\,x + 7\,x \times (-7) + 9 \times 9\,x + 9 \times (-7)$
$B = 63\,x^2 - 49\,x + 81\,x - 63$
$B = 63\,x^2 + (-49 + 81)\;x - 63$
$\boxed{B = 63\,x^2 + 32\,x - 63}$

$C = (x + 8)^2$
$C = x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2$
$\boxed{C = x^2 + 16\,x + 64}$

$D = (3\,x + 10) \times (3\,x - 10)$
$D = (3\,x)^2 - 10^2$
$\boxed{D = 9\,x^2 - 100}$

$E = -\,(9\,x - 4) \times (4\,x + 9)$
$E = -\,(9\,x \times 4\,x + 9\,x \times 9 - 4 \times 4\,x - 4 \times 9)$
$E = -\,\left(36\,x^2 + 81\,x - 16\,x - 36\right)$
$E = -\,\left(36\,x^2 + (81 - 16)\;x - 36\right)$
$E = -\,\left(36\,x^2 + 65\,x - 36\right)$
$\boxed{E = -36\,x^2 - 65\,x + 36}$

$F = \left(\dfrac{1}{10}\,x + \dfrac{7}{4}\right) \times \left(\dfrac{1}{10}\,x - \dfrac{7}{4}\right)$
$F = \left(\dfrac{1}{10}\,x\right)^2 - \left(\dfrac{7}{4}\right)^2$
$\boxed{F = \dfrac{1}{100}\,x^2 - \dfrac{49}{16}}$

Corrigé de l'exercice 11

Résoudre l'équation :

$$\frac{-\,9\,x - 9}{6} + \frac{-\,x + 2}{3} = \frac{8\,x + 3}{2}$$

$$\frac{-\,9\,x - 9}{6} + \frac{(-x + 2)_{\times 2}}{3_{\times 2}} = \frac{(8\,x + 3)_{\times 3}}{2_{\times 3}}$$

$$\frac{-\,9\,x - 9 - 2\,x + 4}{\cancel{6}} = \frac{24\,x + 9}{\cancel{6}}$$

$-11\,x - 5 = 24\,x + 9$

$-11\,x - 24\,x = 9 + 5$

$-35\,x = 14$

$x = \dfrac{-\,14}{35} = \dfrac{-\,2}{5}$

$\boxed{\text{La solution de cette équation est } \dfrac{-\,2}{5}.}$

Corrigé de l'exercice 12

Résoudre l'équation :

$$\frac{2\,x + 9}{3} - \frac{x - 3}{2} = \frac{-\,2\,x + 9}{6}$$

$$\frac{(2\,x + 9)_{\times 2}}{3_{\times 2}} - \frac{(x - 3)_{\times 3}}{2_{\times 3}} = \frac{-\,2\,x + 9}{6}$$

$$\frac{4\,x + 18 - (3\,x - 9)}{\cancel{6}} = \frac{-\,2\,x + 9}{\cancel{6}}$$

$4\,x + 18 - 3\,x + 9 = -2\,x + 9$

$x + 27 = -2\,x + 9$

$x + 2\,x = 9 - 27$

$3\,x = -18$

$x = \dfrac{-\,18}{3} = -6$

$\boxed{\text{La solution de cette équation est } -6\,.}$

Corrigé de l'exercice 13

Résoudre l'équation :

$\dfrac{10\,x-6}{9} + \dfrac{-\,5\,x+10}{2} = \dfrac{4\,x+6}{6}$

$\dfrac{(10\,x-6)_{\times 2}}{9_{\times 2}} + \dfrac{(-5\,x+10)_{\times 9}}{2_{\times 9}} = \dfrac{(4\,x+6)_{\times 3}}{6_{\times 3}}$

$\dfrac{20\,x-12-45\,x+90}{\cancel{18}} = \dfrac{12\,x+18}{\cancel{18}}$

$-25\,x+78 = 12\,x+18$

$-25\,x-12\,x = 18-78$

$-37\,x = -60$

$x = \dfrac{60}{37} = \dfrac{60}{37}$

$\boxed{\text{La solution de cette équation est } \dfrac{60}{37}.}$

Corrigé de l'exercice 14

Résoudre l'équation :

$\dfrac{10\,x+10}{2} + \dfrac{-\,x-5}{4} = \dfrac{3\,x-3}{3}$

$\dfrac{(10\,x+10)_{\times 6}}{2_{\times 6}} + \dfrac{(-x-5)_{\times 3}}{4_{\times 3}} = \dfrac{(3\,x-3)_{\times 4}}{3_{\times 4}}$

$\dfrac{60\,x+60-3\,x-15}{\cancel{12}} = \dfrac{12\,x-12}{\cancel{12}}$

$57\,x+45 = 12\,x-12$

$57\,x-12\,x = -12-45$

$45\,x = -57$

$x = \dfrac{-\,57}{45} = \dfrac{-\,19}{15}$

$\boxed{\text{La solution de cette équation est } \dfrac{-\,19}{15}.}$

Corrigé de l'exercice 15

Résoudre l'équation :

$$\frac{10\,x+8}{4}+\frac{-\,10\,x+2}{3}=\frac{3\,x-2}{8}$$

$$\frac{(10\,x+8)_{\times 6}}{4_{\times 6}}+\frac{(-10\,x+2)_{\times 8}}{3_{\times 8}}=\frac{(3\,x-2)_{\times 3}}{8_{\times 3}}$$

$$\frac{60\,x+48-80\,x+16}{\cancel{24}}=\frac{9\,x-6}{\cancel{24}}$$

$$-20\,x+64=9\,x-6$$

$$-20\,x-9\,x=-6-64$$

$$-29\,x=-70$$

$$x=\frac{70}{29}=\frac{70}{29}$$

$$\boxed{\text{La solution de cette équation est } \frac{70}{29}.}$$

Corrigé de l'exercice 16

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A=\frac{-\,8}{9}\div\left(\frac{10}{3}+\frac{-\,9}{5}\right)$$

$$A=\frac{-\,8}{9}\div\left(\frac{10_{\times 5}}{3_{\times 5}}+\frac{-9_{\times 3}}{5_{\times 3}}\right)$$

$$A=\frac{-\,8}{9}\div\left(\frac{50}{15}+\frac{-27}{15}\right)$$

$$A=\frac{-\,8}{9}\div\frac{23}{15}$$

$$A=\frac{-\,8}{9}\times\frac{15}{23}$$

$$A=\frac{-\,8}{3\times\cancel{3}}\times\frac{5\times\cancel{3}}{23}$$

$$\boxed{A=\frac{-\,40}{69}}$$

$$B=\frac{-\,36}{5}+\frac{6}{5}\times\frac{25}{63}$$

$$B=\frac{-\,36}{5}+\frac{2\times\cancel{3}}{1\times\cancel{5}}\times\frac{5\times\cancel{5}}{21\times\cancel{3}}$$

$$B=\frac{-\,36}{5}+\frac{10}{21}$$

$$B=\frac{-36_{\times 21}}{5_{\times 21}}+\frac{10_{\times 5}}{21_{\times 5}}$$

$$B=\frac{-756}{105}+\frac{50}{105}$$

$$\boxed{B=\frac{-\,706}{105}}$$

$$C=\frac{\frac{8}{7}+3}{\frac{3}{5}+7}$$

$$C=\frac{\frac{8}{7}+\frac{3_{\times 7}}{1_{\times 7}}}{\frac{3}{5}+\frac{7_{\times 5}}{1_{\times 5}}}$$

$$C=\frac{\frac{8}{7}+\frac{21}{7}}{\frac{3}{5}+\frac{35}{5}}$$

$$C=\frac{29}{7}\div\frac{38}{5}$$

$$C=\frac{29}{7}\times\frac{5}{38}$$

$$C=$$

$$\boxed{C=\frac{145}{266}}$$

Corrigé de l'exercice 17

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A=-99-\frac{11}{7}\times\frac{-\,16}{11}$$

$$A=-99-\frac{1\times\cancel{11}}{-7\times\cancel{-1}}\times\frac{16\times\cancel{-1}}{1\times\cancel{11}}$$

$$A=-99-\frac{-\,16}{7}$$

$A = \dfrac{-99_{\times 7}}{1_{\times 7}} - \dfrac{-16}{7}$

$A = \dfrac{-693}{7} - \dfrac{-16}{7}$

$\boxed{A = \dfrac{-677}{7}}$

$B = \dfrac{-1}{2} \div \left(\dfrac{3}{11} + \dfrac{-1}{5}\right)$

$B = \dfrac{-1}{2} \div \left(\dfrac{3_{\times 5}}{11_{\times 5}} + \dfrac{-1_{\times 11}}{5_{\times 11}}\right)$

$B = \dfrac{-1}{2} \div \left(\dfrac{15}{55} + \dfrac{-11}{55}\right)$

$B = \dfrac{-1}{2} \div \dfrac{4}{55}$

$B = \dfrac{-1}{2} \times \dfrac{55}{4}$

$B =$

$\boxed{B = \dfrac{-55}{8}}$

$C = \dfrac{\dfrac{3}{7} - 4}{\dfrac{7}{8} + 10}$

$C = \dfrac{\dfrac{3}{7} - \dfrac{4_{\times 7}}{1_{\times 7}}}{\dfrac{7}{8} + \dfrac{10_{\times 8}}{1_{\times 8}}}$

$C = \dfrac{\dfrac{3}{7} - \dfrac{28}{7}}{\dfrac{7}{8} + \dfrac{80}{8}}$

$C = \dfrac{-25}{7} \div \dfrac{87}{8}$

$C = \dfrac{-25}{7} \times \dfrac{8}{87}$

$C =$

$\boxed{C = \dfrac{-200}{609}}$

Corrigé de l'exercice 18

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \dfrac{\dfrac{-1}{6} + 1}{\dfrac{7}{6} - 10}$

$A = \dfrac{\dfrac{-1}{6} + \dfrac{1_{\times 6}}{1_{\times 6}}}{\dfrac{7}{6} - \dfrac{10_{\times 6}}{1_{\times 6}}}$

$A = \dfrac{\dfrac{-1}{6} + \dfrac{6}{6}}{\dfrac{7}{6} - \dfrac{60}{6}}$

$A = \dfrac{5}{6} \div \dfrac{-53}{6}$

$A = \dfrac{5}{6} \times \dfrac{-6}{53}$

$A = \dfrac{5}{-1 \times \cancel{-6}} \times \dfrac{1 \times \cancel{-6}}{53}$

$\boxed{A = \dfrac{-5}{53}}$

$B = \dfrac{-5}{3} \div \left(\dfrac{-1}{5} + \dfrac{4}{11}\right)$

$B = \dfrac{-5}{3} \div \left(\dfrac{-1_{\times 11}}{5_{\times 11}} + \dfrac{4_{\times 5}}{11_{\times 5}}\right)$

$B = \dfrac{-5}{3} \div \left(\dfrac{-11}{55} + \dfrac{20}{55}\right)$

$B = \dfrac{-5}{3} \div \dfrac{9}{55}$

$B = \dfrac{-5}{3} \times \dfrac{55}{9}$

$B =$

$\boxed{B = \dfrac{-275}{27}}$

$C = \dfrac{-28}{11} - \dfrac{3}{11} \div \dfrac{-4}{33}$

$C = \dfrac{-28}{11} - \dfrac{3}{11} \times \dfrac{-33}{4}$

$C = \dfrac{-28}{11} - \dfrac{3}{-1 \times \cancel{-11}} \times \dfrac{3 \times \cancel{-11}}{4}$

$C = \dfrac{-28}{11} - \dfrac{-9}{4}$

$C = \dfrac{-28_{\times 4}}{11_{\times 4}} - \dfrac{-9_{\times 11}}{4_{\times 11}}$

$C = \dfrac{-112}{44} - \dfrac{-99}{44}$

$\boxed{C = \dfrac{-13}{44}}$

Corrigé de l'exercice 19

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A=\dfrac{20}{9}-\dfrac{-5}{9}\div\dfrac{-40}{27}$

$A=\dfrac{20}{9}-\dfrac{-5}{9}\times\dfrac{-27}{40}$

$A=\dfrac{20}{9}-\dfrac{-1\times\cancel{5}}{-1\times\cancel{9}}\times\dfrac{3\times\cancel{9}}{8\times\cancel{5}}$

$A=\dfrac{20}{9}-\dfrac{3}{8}$

$A=\dfrac{20_{\times8}}{9_{\times8}}-\dfrac{3_{\times9}}{8_{\times9}}$

$A=\dfrac{160}{72}-\dfrac{27}{72}$

$\boxed{A=\dfrac{133}{72}}$

$B=\dfrac{7}{5}\div\left(\dfrac{-13}{12}+\dfrac{3}{11}\right)$

$B=\dfrac{7}{5}\div\left(\dfrac{-13_{\times11}}{12_{\times11}}+\dfrac{3_{\times12}}{11_{\times12}}\right)$

$B=\dfrac{7}{5}\div\left(\dfrac{-143}{132}+\dfrac{36}{132}\right)$

$B=\dfrac{7}{5}\div\dfrac{-107}{132}$

$B=\dfrac{7}{5}\times\dfrac{-132}{107}$

$B=\dfrac{7}{-5\times\cancel{-1}}\times\dfrac{132\times\cancel{-1}}{107}$

$\boxed{B=\dfrac{-924}{535}}$

$C=\dfrac{\dfrac{5}{9}+3}{\dfrac{-7}{8}-6}$

$C=\dfrac{\dfrac{5}{9}+\dfrac{3_{\times9}}{1_{\times9}}}{\dfrac{-7}{8}-\dfrac{6_{\times8}}{1_{\times8}}}$

$C=\dfrac{\dfrac{5}{9}+\dfrac{27}{9}}{\dfrac{-7}{8}-\dfrac{48}{8}}$

$C=\dfrac{32}{9}\div\dfrac{-55}{8}$

$C=\dfrac{32}{9}\times\dfrac{-8}{55}$

$C=\dfrac{32}{-9\times\cancel{-1}}\times\dfrac{8\times\cancel{-1}}{55}$

$\boxed{C=\dfrac{-256}{495}}$

Corrigé de l'exercice 20

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A=\dfrac{3}{8}\div\left(\dfrac{13}{5}+\dfrac{-13}{6}\right)$

$A=\dfrac{3}{8}\div\left(\dfrac{13_{\times6}}{5_{\times6}}+\dfrac{-13_{\times5}}{6_{\times5}}\right)$

$A=\dfrac{3}{8}\div\left(\dfrac{78}{30}+\dfrac{-65}{30}\right)$

$A=\dfrac{3}{8}\div\dfrac{13}{30}$

$A=\dfrac{3}{8}\times\dfrac{30}{13}$

$A=\dfrac{3}{4\times\cancel{2}}\times\dfrac{15\times\cancel{2}}{13}$

$\boxed{A=\dfrac{45}{52}}$

$B=\dfrac{70}{13}-\dfrac{100}{39}\div\dfrac{-40}{13}$

$B=\dfrac{70}{13}-\dfrac{100}{39}\times\dfrac{-13}{40}$

$B=\dfrac{70}{13}-\dfrac{5\times\cancel{20}}{-3\times\cancel{-13}}\times\dfrac{1\times\cancel{-13}}{2\times\cancel{20}}$

$B=\dfrac{70}{13}-\dfrac{-5}{6}$

$B=\dfrac{70_{\times6}}{13_{\times6}}-\dfrac{-5_{\times13}}{6_{\times13}}$

$B=\dfrac{420}{78}-\dfrac{-65}{78}$

$\boxed{B=\dfrac{485}{78}}$

$C=\dfrac{\dfrac{4}{5}+4}{\dfrac{-5}{8}-9}$

$C=\dfrac{\dfrac{4}{5}+\dfrac{4_{\times5}}{1_{\times5}}}{\dfrac{-5}{8}-\dfrac{9_{\times8}}{1_{\times8}}}$

$C=\dfrac{\dfrac{4}{5}+\dfrac{20}{5}}{\dfrac{-5}{8}-\dfrac{72}{8}}$

$C=\dfrac{24}{5}\div\dfrac{-77}{8}$

$C=\dfrac{24}{5}\times\dfrac{-8}{77}$

$C=\dfrac{24}{-5\times\cancel{-1}}\times\dfrac{8\times\cancel{-1}}{77}$

$\boxed{C=\dfrac{-192}{385}}$

Corrigé de l'exercice 21

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{0{,}25 \times 10^{-4} \times 320 \times 10^{9}}{1{,}6 \times \left(10^{8}\right)^{4}}$

$A = \dfrac{0{,}25 \times 320}{1{,}6} \times \dfrac{10^{-4+9}}{10^{8\times 4}}$

$A = 50 \times 10^{5-32}$

$A = 5 \times 10^{1} \times 10^{-27}$

$\boxed{A = 5 \times 10^{-26}}$

$B = \dfrac{0{,}16 \times 10^{1} \times 40 \times 10^{7}}{32\ 000 \times \left(10^{-2}\right)^{5}}$

$B = \dfrac{0{,}16 \times 40}{32\ 000} \times \dfrac{10^{1+7}}{10^{-2\times 5}}$

$B = 0{,}000\ 2 \times 10^{8-(-10)}$

$B = 2 \times 10^{-4} \times 10^{18}$

$\boxed{B = 2 \times 10^{14}}$

Corrigé de l'exercice 22

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{0{,}28 \times 10^{8} \times 150 \times 10^{9}}{0{,}8 \times \left(10^{5}\right)^{3}}$

$A = \dfrac{0{,}28 \times 150}{0{,}8} \times \dfrac{10^{8+9}}{10^{5\times 3}}$

$A = 52{,}500\ 000\ 000\ 000\ 01 \times 10^{17-15}$

$A = 5{,}250\ 000\ 000\ 000\ 001 \times 10^{1} \times 10^{2}$

$\boxed{A = 5{,}250\ 000\ 000\ 000\ 001 \times 10^{3}}$

$B = \dfrac{40 \times 10^{8} \times 36 \times 10^{2}}{2 \times \left(10^{-6}\right)^{4}}$

$B = \dfrac{40 \times 36}{2} \times \dfrac{10^{8+2}}{10^{-6\times 4}}$

$B = 720 \times 10^{10-(-24)}$

$B = 7{,}2 \times 10^{2} \times 10^{34}$

$\boxed{B = 7{,}2 \times 10^{36}}$

Corrigé de l'exercice 23

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{16 \times 10^{9} \times 120 \times 10^{5}}{60 \times \left(10^{10}\right)^{2}}$

$A = \dfrac{16 \times 120}{60} \times \dfrac{10^{9+5}}{10^{10\times 2}}$

$A = 32 \times 10^{14-20}$

$A = 3{,}2 \times 10^{1} \times 10^{-6}$

$\boxed{A = 3{,}2 \times 10^{-5}}$

$B = \dfrac{0{,}27 \times 10^{-1} \times 56 \times 10^{7}}{3\ 150 \times \left(10^{-8}\right)^{4}}$

$B = \dfrac{0{,}27 \times 56}{3\ 150} \times \dfrac{10^{-1+7}}{10^{-8\times 4}}$

$B = 0{,}004\ 800\ 000\ 000\ 000\ 000\ 4 \times 10^{6-(-32)}$

$B = 4{,}800\ 000\ 000\ 000\ 001 \times 10^{-3} \times 10^{38}$

$\boxed{B = 4{,}800\ 000\ 000\ 000\ 001 \times 10^{35}}$

Corrigé de l'exercice 24

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{0{,}25 \times 10^{-9} \times 3\ 600 \times 10^{-1}}{40 \times \left(10^{-9}\right)^{2}}$

$A = \dfrac{0{,}25 \times 3\ 600}{40} \times \dfrac{10^{-9+(-1)}}{10^{-9\times 2}}$

$A = 22{,}5 \times 10^{-10-(-18)}$

$A = 2{,}25 \times 10^{1} \times 10^{8}$

$\boxed{A = 2{,}25 \times 10^{9}}$

$B = \dfrac{210 \times 10^{-4} \times 160 \times 10^{4}}{28 \times \left(10^{6}\right)^{2}}$

$B = \dfrac{210 \times 160}{28} \times \dfrac{10^{-4+4}}{10^{6\times 2}}$

$B = 1\ 200 \times 10^{0-12}$

$B = 1{,}2 \times 10^{3} \times 10^{-12}$

$\boxed{B = 1{,}2 \times 10^{-9}}$

Corrigé de l'exercice 25

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$A = \dfrac{2\ 100 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^{-7}}{7{,}5 \times \left(10^{-10}\right)^3}$

$A = \dfrac{2\ 100 \times 25}{7{,}5} \times \dfrac{10^{-6+(-7)}}{10^{-10\times 3}}$

$A = 7\ 000 \times 10^{-13-(-30)}$

$A = 7 \times 10^3 \times 10^{17}$

$\boxed{A = 7 \times 10^{20}}$

$B = \dfrac{7{,}2 \times 10^{-4} \times 0{,}28 \times 10^5}{280 \times \left(10^9\right)^5}$

$B = \dfrac{7{,}2 \times 0{,}28}{280} \times \dfrac{10^{-4+5}}{10^{9\times 5}}$

$B = 0{,}007\ 200\ 000\ 000\ 000\ 001\ 5 \times 10^{1-45}$

$B = 7{,}200\ 000\ 000\ 000\ 001 \times 10^{-3} \times 10^{-44}$

$\boxed{B = 7{,}200\ 000\ 000\ 000\ 001 \times 10^{-47}}$

Corrigé de l'exercice 26

►**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = \sqrt{12} + 3\sqrt{48} - 2\sqrt{27}$

$A = \sqrt{4} \times \sqrt{3} + 3\sqrt{16} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{9} \times \sqrt{3}$

$A = 1 \times 2 \times \sqrt{3} + 3 \times 4 \times \sqrt{3} - 2 \times 3 \times \sqrt{3}$

$A = 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

$\boxed{A = 8\sqrt{3}}$

$B = \sqrt{90} \times \sqrt{40} \times \sqrt{160}$

$B = \sqrt{9} \times \sqrt{10} \times \sqrt{4} \times \sqrt{10} \times \sqrt{16} \times \sqrt{10}$

$B = 3 \times \sqrt{10} \times 2 \times \sqrt{10} \times 4 \times \sqrt{10}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{10}\right)^2 \times \sqrt{10}$

$B = 24 \times 10 \times \sqrt{10}$

$\boxed{B = 240\sqrt{10}}$

►**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(2\sqrt{3} - 5\sqrt{5}\right)^2$

$C = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{5} + \left(5\sqrt{5}\right)^2$

$C = 4 \times 3 - 20\sqrt{15} + 25 \times 5$

$\boxed{C = 137 - 20\sqrt{15}}$

$D = \left(4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}\right)^2$

$D = \left(4\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} + \left(2\sqrt{5}\right)^2$

$D = 16 \times 3 - 16\sqrt{15} + 4 \times 5$

$\boxed{D = 68 - 16\sqrt{15}}$

►**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(3 - 5\sqrt{5}\right)\left(3 + 5\sqrt{5}\right)$

$E = 3^2 - \left(5\sqrt{5}\right)^2$

$E = 9 - 25 \times 5$

$\boxed{E = -116}$

$F = \dfrac{18\sqrt{28}}{4\sqrt{63}}$

$F = \dfrac{18 \times \sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{7}}}{4 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{7}}}$

$F = \dfrac{18 \times 2}{4 \times 3}$

$\boxed{F = 3}$

Corrigé de l'exercice 27

►**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = 4\sqrt{112} - 5\sqrt{63} + 5\sqrt{28}$

$A = 4\sqrt{16} \times \sqrt{7} - 5\sqrt{9} \times \sqrt{7} + 5\sqrt{4} \times \sqrt{7}$

$A = 4 \times 4 \times \sqrt{7} - 5 \times 3 \times \sqrt{7} + 5 \times 2 \times \sqrt{7}$

$A = 16\sqrt{7} - 15\sqrt{7} + 10\sqrt{7}$

$\boxed{A = 11\sqrt{7}}$

$B = \sqrt{12} \times \sqrt{27} \times \sqrt{48}$

$B = \sqrt{4} \times \sqrt{3} \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16} \times \sqrt{3}$

$B = 2 \times \sqrt{3} \times 3 \times \sqrt{3} \times 4 \times \sqrt{3}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 \times \sqrt{3}$

$B = 24 \times 3 \times \sqrt{3}$

$\boxed{B = 72\sqrt{3}}$

►**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(3\sqrt{5} - 3\sqrt{7}\right)^2$

$C = \left(3\sqrt{5}\right)^2 - 2 \times 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} + \left(3\sqrt{7}\right)^2$

$C = 9 \times 5 - 18\sqrt{35} + 9 \times 7$

$\boxed{C = 108 - 18\sqrt{35}}$

$D = \left(2\sqrt{7} + 3\sqrt{6}\right)^2$

$D = \left(2\sqrt{7}\right)^2 + 2 \times 2\sqrt{7} \times 3\sqrt{6} + \left(3\sqrt{6}\right)^2$

$D = 4 \times 7 + 12\sqrt{42} + 9 \times 6$

$\boxed{D = 82 + 12\sqrt{42}}$

►**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(2 - 3\sqrt{10}\right)\left(2 + 3\sqrt{10}\right)$

$E = 2^2 - \left(3\sqrt{10}\right)^2$

$E = 4 - 9 \times 10$

$\boxed{E = -86}$

$F = \dfrac{18\sqrt{40}}{4\sqrt{90}}$

$F = \dfrac{18 \times \sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{10}}}{4 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{10}}}$

$F = \dfrac{18 \times 2}{4 \times 3}$

$\boxed{F = 3}$

Corrigé de l'exercice 28

►**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = 3\sqrt{45} - \sqrt{80} - \sqrt{20}$

$A = 3\sqrt{9} \times \sqrt{5} - \sqrt{16} \times \sqrt{5} - \sqrt{4} \times \sqrt{5}$

$A = 3 \times 3 \times \sqrt{5} - 1 \times 4 \times \sqrt{5} - 1 \times 2 \times \sqrt{5}$

$A = 9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$\boxed{A = 3\sqrt{5}}$

$B = \sqrt{8} \times \sqrt{32} \times \sqrt{18}$

$B = \sqrt{4} \times \sqrt{2} \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} \times \sqrt{9} \times \sqrt{2}$

$B = 2 \times \sqrt{2} \times 4 \times \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{2}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \times \sqrt{2}$

$B = 24 \times 2 \times \sqrt{2}$

$\boxed{B = 48\sqrt{2}}$

►**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(4\sqrt{6} - 5\sqrt{10}\right)^2$

$C = \left(4\sqrt{6}\right)^2 - 2 \times 4\sqrt{6} \times 5\sqrt{10} + \left(5\sqrt{10}\right)^2$

$C = 16 \times 6 - 40\sqrt{60} + 25 \times 10$

$\boxed{C = 346 - 40\sqrt{60}}$

$D = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2$

$D = \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2$

$D = 4 \times 2 - 4\sqrt{10} + 1 \times 5$

$\boxed{D = 13 - 4\sqrt{10}}$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(4 + 3\sqrt{7}\right)\left(4 - 3\sqrt{7}\right)$

$E = 4^2 - \left(3\sqrt{7}\right)^2$

$E = 16 - 9 \times 7$

$\boxed{E = -47}$

$F = \dfrac{36\sqrt{40}}{8\sqrt{90}}$

$F = \dfrac{36 \times \sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{10}}}{8 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{10}}}$

$F = \dfrac{36 \times 2}{8 \times 3}$

$\boxed{F = 3}$

Corrigé de l'exercice 29

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = -3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + 5\sqrt{80}$

$A = -3\sqrt{4} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{9} \times \sqrt{5} + 5\sqrt{16} \times \sqrt{5}$

$A = -3 \times 2 \times \sqrt{5} - 2 \times 3 \times \sqrt{5} + 5 \times 4 \times \sqrt{5}$

$A = -6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 20\sqrt{5}$

$\boxed{A = 8\sqrt{5}}$

$B = \sqrt{24} \times \sqrt{96} \times \sqrt{54}$

$B = \sqrt{4} \times \sqrt{6} \times \sqrt{16} \times \sqrt{6} \times \sqrt{9} \times \sqrt{6}$

$B = 2 \times \sqrt{6} \times 4 \times \sqrt{6} \times 3 \times \sqrt{6}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{6}\right)^2 \times \sqrt{6}$

$B = 24 \times 6 \times \sqrt{6}$

$\boxed{B = 144\sqrt{6}}$

▶**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(2\sqrt{2} - \sqrt{7}\right)^2$

$C = \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{7} + \sqrt{7}^2$

$C = 4 \times 2 - 4\sqrt{14} + 1 \times 7$

$\boxed{C = 15 - 4\sqrt{14}}$

$D = \left(4\sqrt{10} + 3\sqrt{3}\right)^2$

$D = \left(4\sqrt{10}\right)^2 + 2 \times 4\sqrt{10} \times 3\sqrt{3} + \left(3\sqrt{3}\right)^2$

$D = 16 \times 10 + 24\sqrt{30} + 9 \times 3$

$\boxed{D = 187 + 24\sqrt{30}}$

▶**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(3 + 4\sqrt{7}\right)\left(3 - 4\sqrt{7}\right)$

$E = 3^2 - \left(4\sqrt{7}\right)^2$

$E = 9 - 16 \times 7$

$\boxed{E = -103}$

$F = \dfrac{64\sqrt{54}}{12\sqrt{96}}$

$F = \dfrac{64 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{6}}}{12 \times \sqrt{16} \times \cancel{\sqrt{6}}}$

$F = \dfrac{64 \times 3}{12 \times 4}$

$\boxed{F = 4}$

Corrigé de l'exercice 30

▶**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = \sqrt{27} - 2\sqrt{12} + 4\sqrt{48}$

$A = \sqrt{9} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{4} \times \sqrt{3} + 4\sqrt{16} \times \sqrt{3}$

$A = 1 \times 3 \times \sqrt{3} - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 4 \times 4 \times \sqrt{3}$

$A = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 16\sqrt{3}$

$\boxed{A = 15\sqrt{3}}$

$B = \sqrt{96} \times \sqrt{24} \times \sqrt{54}$

$B = \sqrt{16} \times \sqrt{6} \times \sqrt{4} \times \sqrt{6} \times \sqrt{9} \times \sqrt{6}$

$B = 4 \times \sqrt{6} \times 2 \times \sqrt{6} \times 3 \times \sqrt{6}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{6}\right)^2 \times \sqrt{6}$

$B = 24 \times 6 \times \sqrt{6}$

$\boxed{B = 144\sqrt{6}}$

▶2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(3\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)^2$

$C = \left(3\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times 3\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} + \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$C = 9 \times 3 - 18\sqrt{6} + 9 \times 2$

$\boxed{C = 45 - 18\sqrt{6}}$

$D = \left(2\sqrt{7} - \sqrt{10}\right)^2$

$D = \left(2\sqrt{7}\right)^2 - 2 \times 2\sqrt{7} \times \sqrt{10} + \sqrt{10}^2$

$D = 4 \times 7 - 4\sqrt{70} + 1 \times 10$

$\boxed{D = 38 - 4\sqrt{70}}$

▶3. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(4 + 3\sqrt{2}\right)\left(4 - 3\sqrt{2}\right)$

$E = 4^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$E = 16 - 9 \times 2$

$\boxed{E = -2}$

$F = \dfrac{36\sqrt{40}}{8\sqrt{90}}$

$F = \dfrac{36 \times \sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{10}}}{8 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{10}}}$

$F = \dfrac{36 \times 2}{8 \times 3}$

$\boxed{F = 3}$

Corrigé de l'exercice 31

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} -6x + 2y = -26 & (\times 2) \\ 10x - 4y = 44 & (\times 1) \end{cases}$

$\begin{cases} -12x + 4y = -52 \\ 10x - 4y = 44 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$-12x \cancel{+4y} + 10x \cancel{-4y} = -52 + 44$

$-2x = -8$

$\boxed{x = \dfrac{-8}{-2} = 4}$

$-6x + 2y = -26$ et $x = 4$ donc :

$-6 \times 4 + 2y = -26$

$2y = -26 + 24$

$\boxed{y = \dfrac{-2}{2} = -1}$

La solution de ce système d'équations est $(x;\ y) = (4;\ -1)$.

Vérification : $\begin{cases} -6 \times 4 + 2 \times (-1) = -24 - 2 = -26 \\ 10 \times 4 - 4 \times (-1) = 40 + 4 = 44 \end{cases}$

Corrigé de l'exercice 32

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} -9\,x - 9\,y = 45 & (\times 4) \\ 8\,x - 4\,y = -100 & (\times(-9)) \end{cases}$

$\begin{cases} -36\,x - 36\,y = 180 \\ -72\,x + 36\,y = 900 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$-36\,x \cancel{-36\,y} - 72\,x \cancel{+36\,y} = 180 + 900$

$-108\,x = 1\,080$

$\boxed{x = \dfrac{1080}{-108} = -10}$

$-9\,x - 9\,y = 45$ et $x = -10$ donc :

$-9 \times (-10) - 9\,y = 45$

$-9\,y = 45 - 90$

$\boxed{y = \dfrac{-45}{-9} = 5}$

La solution de ce système d'équations est $(x;\ y) = (-10;\ 5)$.

Vérification : $\begin{cases} -9 \times (-10) - 9 \times 5 = 90 - 45 = 45 \\ 8 \times (-10) - 4 \times 5 = -80 - 20 = -100 \end{cases}$

Corrigé de l'exercice 33

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} 2\,x - 9\,y = 76 & (\times 5) \\ 10\,x + 6\,y = -130 & (\times(-1)) \end{cases}$

$\begin{cases} 10\,x - 45\,y = 380 \\ -10\,x - 6\,y = 130 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$\cancel{10\,x} - 45\,y \cancel{-10\,x} - 6\,y = 380 + 130$

$-51\,y = 510$

$\boxed{y = \dfrac{510}{-51} = -10}$

$2\,x - 9\,y = 76$ et $y = -10$ donc :

$2\,x - 9 \times (-10) = 76$

$2\,x = 76 - 90$

$\boxed{x = \dfrac{-14}{2} = -7}$

La solution de ce système d'équations est $(x;\ y) = (-7;\ -10)$.

Vérification : $\begin{cases} 2 \times (-7) - 9 \times (-10) = -14 + 90 = 76 \\ 10 \times (-7) + 6 \times (-10) = -70 - 60 = -130 \end{cases}$

Corrigé de l'exercice 34

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} 2\,x - 4\,y = -28 & (\times 2) \\ -7\,x + 8\,y = 44 & (\times 1) \end{cases}$

$\begin{cases} 4\,x - 8\,y = -56 \\ -7\,x + 8\,y = 44 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$4\,x \cancel{-8\,y} - 7\,x \cancel{+8\,y} = -56 + 44$

$-3\,x = -12$

$\boxed{x = \dfrac{-12}{-3} = 4}$

$2\,x - 4\,y = -28$ et $x = 4$ donc :

$2 \times 4 - 4\,y = -28$

$-4\,y = -28 - 8$

$\boxed{y = \dfrac{-36}{-4} = 9}$

La solution de ce système d'équations est $(x;\ y) = (4;\ 9)$.

Vérification : $\begin{cases} 2 \times 4 - 4 \times 9 = 8 - 36 = -28 \\ -7 \times 4 + 8 \times 9 = -28 + 72 = 44 \end{cases}$

Corrigé de l'exercice 35

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} 10\,x - 3\,y = 18 & (\times 3) \\ 6\,x - 7\,y = -10 & (\times (-5)) \end{cases}$

$\begin{cases} 30\,x - 9\,y = 54 \\ -30\,x + 35\,y = 50 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$\cancel{30\,x} - 9\,y \cancel{-30\,x} + 35\,y = 54 + 50$

$26\,y = 104$

$\boxed{y = \dfrac{104}{26} = 4}$

$10\,x - 3\,y = 18$ et $y = 4$ donc :

$10\,x - 3 \times 4 = 18$

$10\,x = 18 + 12$

$\boxed{x = \dfrac{30}{10} = 3}$

La solution de ce système d'équations est $(x;\ y) = (3;\ 4)$.

Vérification : $\begin{cases} 10 \times 3 - 3 \times 4 = 30 - 12 = 18 \\ 6 \times 3 - 7 \times 4 = 18 - 28 = -10 \end{cases}$

Corrigé de l'exercice 36

►1. CGJ est un triangle rectangle en J tel que : $JC = 1,7$ cm et $JG = 3,3$ cm.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{JGC}$, arrondie au dixième.

. . . .

Dans le triangle CGJ rectangle en J,

$\tan \widehat{JGC} = \dfrac{JC}{JG}$

$\tan \widehat{JGC} = \dfrac{1,7}{3,3}$

$\boxed{\widehat{JGC} = \tan^{-1}\left(\dfrac{1,7}{3.3}\right) \simeq 27,3°}$

►2. HPF est un triangle rectangle en F tel que : $FP = 1,2$ cm et $\widehat{FHP} = 34°$.
Calculer la longueur HP, arrondie au millième.

. . . .

Dans le triangle HPF rectangle en F,

$\sin \widehat{FHP} = \dfrac{FP}{HP}$

$\sin 34 = \dfrac{1,2}{HP}$

$\boxed{HP = \dfrac{1,2}{\sin 34} \simeq 2,146\text{ cm}}$

Corrigé de l'exercice 37

►1. UYI est un triangle rectangle en U tel que : $UI = 3,1\,\text{cm}$ et $IY = 5,3\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{UIY}$, arrondie au centième.

. . . .

Dans le triangle UYI rectangle en U,

$$\cos \widehat{UIY} = \frac{UI}{IY}$$

$$\cos \widehat{UIY} = \frac{3,1}{5,3}$$

$$\boxed{\widehat{UIY} = \cos^{-1}\left(\frac{3,1}{5.3}\right) \simeq 54,2°}$$

►2. JCV est un triangle rectangle en V tel que : $VJ = 2,2\,\text{cm}$ et $\widehat{VJC} = 68°$.
Calculer la longueur VC, arrondie au dixième.

. . . .

Dans le triangle JCV rectangle en V,

$$\tan \widehat{VJC} = \frac{VC}{VJ}$$

$$\tan 68 = \frac{VC}{2,2}$$

$$\boxed{VC = \tan 68 \times 2,2 \simeq 5,4\,\text{cm}}$$

Corrigé de l'exercice 38

►1. QEP est un triangle rectangle en E tel que : $EQ = 2,8\,\text{cm}$ et $EP = 3,2\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EPQ}$, arrondie au dixième.

. . . .

Dans le triangle QEP rectangle en E,

$$\tan \widehat{EPQ} = \frac{EQ}{EP}$$

$$\tan \widehat{EPQ} = \frac{2,8}{3,2}$$

$$\boxed{\widehat{EPQ} = \tan^{-1}\left(\frac{2,8}{3.2}\right) \simeq 41,2°}$$

►2. ORN est un triangle rectangle en N tel que : $RO = 1,3\,\text{cm}$ et $\widehat{NRO} = 51°$.
Calculer la longueur NO, arrondie au millième.

. . . .

Dans le triangle ORN rectangle en N,

$$\sin \widehat{NRO} = \frac{NO}{RO}$$

$$\sin 51 = \frac{NO}{1,3}$$

$$\boxed{NO = \sin 51 \times 1,3 \simeq 1,01\,\text{cm}}$$

Corrigé de l'exercice 39

►1. NEG est un triangle rectangle en G tel que : $GE = 6,2\,\text{cm}$ et $GN = 8\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GNE}$, arrondie au dixième.

. . . .

Dans le triangle NEG rectangle en G,

$$\tan \widehat{GNE} = \frac{GE}{GN}$$

$$\tan \widehat{GNE} = \frac{6,2}{8}$$

$$\boxed{\widehat{GNE} = \tan^{-1}\left(\frac{6,2}{8.0}\right) \simeq 37,8°}$$

►**2.** CTY est un triangle rectangle en C tel que : $CY = 4,5\,\text{cm}$ et $\widehat{CYT} = 58°$.
Calculer la longueur YT, arrondie au millième.

. . . .

Dans le triangle CTY rectangle en C,

$\cos\widehat{CYT} = \dfrac{CY}{YT}$

$\cos 58 = \dfrac{4,5}{YT}$

$\boxed{YT = \dfrac{4,5}{\cos 58} \simeq 8,492\,\text{cm}}$

Corrigé de l'exercice 40

►**1.** VGX est un triangle rectangle en V tel que : $XG = 2,9\,\text{cm}$ et $\widehat{VXG} = 26°$.
Calculer la longueur VX, arrondie au dixième.

. . . .

Dans le triangle VGX rectangle en V,

$\cos\widehat{VXG} = \dfrac{VX}{XG}$

$\cos 26 = \dfrac{VX}{2,9}$

$\boxed{VX = \cos 26 \times 2,9 \simeq 2,6\,\text{cm}}$

►**2.** DMW est un triangle rectangle en D tel que : $DW = 3,5\,\text{cm}$ et $DM = 9,3\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DMW}$, arrondie au millième.

. . . .

Dans le triangle DMW rectangle en D,

$\tan\widehat{DMW} = \dfrac{DW}{DM}$

$\tan\widehat{DMW} = \dfrac{3,5}{9,3}$

$\boxed{\widehat{DMW} = \tan^{-1}\left(\dfrac{3,5}{9.3}\right) \simeq 20,624°}$

Corrigé de l'exercice 41

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -2\,x^2 + 4\,x + 70$.

►**1.** **a)** Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}
-2\,(x-7)\,(x+5) &= -2\,(x \times x - 7 \times x + 5 \times x - 7 \times 5) \\
&= -2\left(x^2 - 2\,x - 35\right) \\
&= -2 \times x^2 - 2 \times (-2\,x) - 2 \times (-35) \\
&= -2\,x^2 + 4\,x + 70 \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

b) Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}
-2\,(x-1)^2 + 72 &= -2\left(x^2 - 2 \times 1 \times x + 1^2\right) + 72 \\
&= -2\left(x^2 - 2\,x + 1\right) + 72 \\
&= -2 \times x^2 - 2 \times (-2\,x) - 2 \times 1 + 72 \\
&= -2\,x^2 + 4\,x - 2 + 72 \\
&= -2\,x^2 + 4\,x + 70 \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

►**2.** Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) En prenant la forme factorisée, l'équation $f(x) = 0$ est équivalente à l'équation produit nul $-2(x-7)(x+5) = 0$. Donc :

$$\begin{aligned} x-7=0 &\text{ ou } x+5=0 \\ x=7 &\text{ ou } x=-5 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 7 et -5.

b) $f(x) = 70$ On remarque que la forme développée contient la constante 70 : celles-ci devraient donc s'annuler, pour simplifier notre résolution.

$$\begin{aligned} f(x) &= 70 \\ -2x^2 + 4x + 70 &= 70 \\ -2x^2 + 4x + 70 - 70 &= 70 - 70 \\ -2x^2 + 4x &= 0 \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant factoriser le membre de gauche par x, ce qui nous donnera une équation produit nul.

$$\begin{aligned} -2x^2 + 4x &= 0 \\ -2x \times x + 4 \times x &= 0 \\ x(-2x+4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x=0 \text{ ou } -2x+4=0 \\ &x=0 \text{ ou } -2x=-4 \\ &x=0 \text{ ou } x=\frac{-4}{-2} \\ &x=0 \text{ ou } x=2 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $x = 0$ et $x = 2$.

c) $f(x) = 72$ On remarque que la forme canonique contient la constante 72 : en l'utilisant, elles devraient se simplifier.

$$\begin{aligned} f(x) &= 72 \\ -2(x-1)^2 + 72 &= 72 \\ -2(x-1)^2 + 72 - 72 &= 72 - 72 \\ -2(x-1)^2 &= 0 \\ (x-1)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Or 0 est le seul nombre dont le carré est nul, donc l'équation précédente est équivalente à :

$$\begin{aligned} x-1 &= 0 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Il y a donc une unique solution $x = 1$.

▶3. **a)** *Dresser le tableau de variations de f.* Dans la forme développée, le coefficient devant le x^2 est négatif , donc la fonction est croissante puis décroissante . De plus, l'absisse du sommet est $-\frac{4}{2\times(-2)}$, soit 1, et $f(1) = -2\times 1^2 + 4\times 1 + 70 = 72$. Le tableau de variations est donc :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	72	$\searrow$	

b) *Dresser le tableau de signes de f.* Construisons un tableau de signes en utilisant la forme factorisée $f(x) = -2\,(x-7)\,(x+5)$.

- Le premier facteur $x - 7$ est une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = -7$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{-7}{1} = 7$.
- Le second facteur $x + 5$ est aussi une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = 5$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{5}{1} = -5$.

x	$-\infty$		-5		7		$+\infty$
-2		$-$		$-$		$-$	
$x - 7$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 5$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x) = -2\,(x-7)\,(x+5)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

a) *Résoudre $f(x) \geqslant 0$.* En regardant la dernière ligne du tableau de signes, on observe que f est positive sur l'intervalle central . Les solutions sont donc :

$x \in [-5\,;\,7]$

b) *Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?* On lit sur le tableau de variations que la plus grande valeur prise par f est 72. Le maximum de f est donc 72, et il est atteint pour $x = 1$.

Corrigé de l'exercice 42

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -2\,x^2 - 20\,x + 150$.

▶1. **a)** Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}
-2\,(x-5)\,(x+15) &= -2\,(x\times x - 5\times x + 15\times x - 5\times 15)\\
&= -2\left(x^2 + 10\,x - 75\right)\\
&= -2\times x^2 - 2\times 10\,x - 2\times\,(-75)\\
&= -2\,x^2 - 20\,x + 150\\
&= f(x)
\end{aligned}$$

b) Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}
-2\,(x+5)^2+200 &= -2\,\left(x^2+2\times 5\times x+5^2\right)+200\\
&= -2\,\left(x^2+10\,x+25\right)+200\\
&= -2\times x^2-2\times 10\,x-2\times 25+200\\
&= -2\,x^2-20\,x-50+200\\
&= -2\,x^2-20\,x+150\\
&= f\,(x)
\end{aligned}$$

►**2.** Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) En prenant la forme factorisée, l'équation $f\,(x)=0$ est équivalente à l'équation produit nul $-2\,(x-5)\,(x+15)=0$. Donc :

$$\begin{aligned}
x-5=0 &\text{ ou } x+15=0\\
x=5 &\text{ ou } x=-15
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 5 et -15.

b) $f\,(x)=150$ On remarque que la forme développée contient la constante 150 : celles-ci devraient donc s'annuler, pour simplifier notre résolution.

$$\begin{aligned}
f\,(x) &= 150\\
-2\,x^2-20\,x+150 &= 150\\
-2\,x^2-20\,x+150-150 &= 150-150\\
-2\,x^2-20\,x &= 0
\end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant factoriser le membre de gauche par x, ce qui nous donnera une équation produit nul.

$$\begin{aligned}
-2\,x^2-20\,x &= 0\\
-2\,x\times x-20\times x &= 0\\
x\,(-2\,x-20) &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&x=0 \text{ ou } -2\,x-20=0\\
&x=0 \text{ ou } -2\,x=20\\
&x=0 \text{ ou } x=\frac{20}{-2}\\
&x=0 \text{ ou } x=-10
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $x=0$ et $x=-10$.

c) $f\,(x)=200$ On remarque que la forme canonique contient la constante 200 : en l'utilisant, elles devraient se simplifier.

$$\begin{aligned}
f\,(x) &= 200\\
-2\,(x+5)^2+200 &= 200\\
-2\,(x+5)^2+200-200 &= 200-200\\
-2\,(x+5)^2 &= 0\\
(x+5)^2 &= 0
\end{aligned}$$

Or 0 est le seul nombre dont le carré est nul, donc l'équation précédente est équivalente à :

$$\begin{aligned} x+5 &= 0 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Il y a donc une unique solution $x = -5$.

►3. **a)** *Dresser le tableau de variations de f.* Dans la forme développée, le coefficient devant le x^2 est négatif , donc la fonction est croissante puis décroissante . De plus, l'absisse du sommet est $-\frac{-20}{2\times(-2)}$, soit -5, et $f(-5) = -2\times(-5)^2 - 20\times(-5) + 150 = 200$. Le tableau de variations est donc :

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	200	$\searrow$	

b) *Dresser le tableau de signes de f.* Construisons un tableau de signes en utilisant la forme factorisée $f(x) = -2\,(x-5)\,(x+15)$.

- Le premier facteur $x-5$ est une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = -5$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$.
- Le second facteur $x+15$ est aussi une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = 15$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{15}{1} = -15$.

x	$-\infty$		-15		5		$+\infty$
-2		$-$		$-$		$-$	
$x - 5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 15$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x) = -2\,(x-5)\,(x+15)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

a) *Résoudre $f(x) \geqslant 0$.* En regardant la dernière ligne du tableau de signes, on observe que f est positive sur l'intervalle central . Les solutions sont donc :

$$x \in [-15\,;\,5]$$

b) *Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?* On lit sur le tableau de variations que la plus grande valeur prise par f est 200. Le maximum de f est donc 200, et il est atteint pour $x = -5$.

Corrigé de l'exercice 43

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto 2\,x^2 + 30\,x + 88$.

▶**1.** **a)** Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned} 2\ (x+4)\ (x+11) &= 2\ (x \times x + 4 \times x + 11 \times x + 4 \times 11) \\ &= 2\ \left(x^2 + 15\,x + 44\right) \\ &= 2 \times x^2 + 2 \times 15\,x + 2 \times 44 \\ &= 2\,x^2 + 30\,x + 88 \\ &= f\ (x) \end{aligned}$$

b) Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned} 2\ (x+7{,}5)^2 - 24{,}50 &= 2\ \left(x^2 + 2 \times 7{,}5 \times x + 7{,}5^2\right) - 24{,}50 \\ &= 2\ \left(x^2 + 15\,x + 56{,}25\right) - 24{,}50 \\ &= 2 \times x^2 + 2 \times 15\,x + 2 \times 56{,}25 - 24{,}50 \\ &= 2\,x^2 + 30\,x + 112{,}50 - 24{,}50 \\ &= 2\,x^2 + 30\,x + 88 \\ &= f\ (x) \end{aligned}$$

▶**2.** Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) En prenant la forme factorisée, l'équation $f\ (x) = 0$ est équivalente à l'équation produit nul $2\,(x+4)\,(x+11) = 0$. Donc :

$$\begin{aligned} x + 4 = 0 &\text{ ou } x + 11 = 0 \\ x = -4 &\text{ ou } x = -11 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : -4 et -11.

b) $f\ (x) = 88$ On remarque que la forme développée contient la constante 88 : celles-ci devraient donc s'annuler, pour simplifier notre résolution.

$$\begin{aligned} f\ (x) &= 88 \\ 2\,x^2 + 30\,x + 88 &= 88 \\ 2\,x^2 + 30\,x + 88 - 88 &= 88 - 88 \\ 2\,x^2 + 30\,x &= 0 \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant factoriser le membre de gauche par x, ce qui nous donnera une équation produit nul.

$$\begin{aligned} 2\,x^2 + 30\,x &= 0 \\ 2\,x \times x + 30 \times x &= 0 \\ x\ (2\,x + 30) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x = 0 \text{ ou } 2\,x + 30 = 0 \\ &x = 0 \text{ ou } 2\,x = -30 \\ &x = 0 \text{ ou } x = \frac{-30}{2} \\ &x = 0 \text{ ou } x = -15 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $x = 0$ et $x = -15$.

c) $f(x) = -24{,}50$ On remarque que la forme canonique contient la constante $-24{,}50$: en l'utilisant, elles devraient se simplifier.

$$\begin{aligned} f(x) &= -24{,}50 \\ 2\,(x+7{,}5)^2 - 24{,}50 &= -24{,}50 \\ 2\,(x+7{,}5)^2 - 24{,}50 + 24{,}50 &= -24{,}50 + 24{,}50 \\ 2\,(x+7{,}5)^2 &= 0 \\ (x+7{,}5)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Or 0 est le seul nombre dont le carré est nul, donc l'équation précédente est équivalente à :

$$\begin{aligned} x + 7{,}5 &= 0 \\ x &= -7{,}5 \end{aligned}$$

Il y a donc une unique solution $x = -7{,}5$.

►3. a) *Dresser le tableau de variations de f.* Dans la forme développée, le coefficient devant le x^2 est positif , donc la fonction est décroissante puis croissante . De plus, l'absisse du sommet est $-\frac{30}{2\times 2}$, soit $-7{,}5$, et $f(-7{,}5) = 2 \times (-7{,}5)^2 + 30 \times (-7{,}5) + 88 = -24{,}50$. Le tableau de variations est donc :

x	$-\infty$		$-7{,}5$		$+\infty$
$f(x)$		↘	$-24{,}50$	↗	

b) *Dresser le tableau de signes de f.* Construisons un tableau de signes en utilisant la forme factorisée $f(x) = 2\,(x+4)\,(x+11)$.

- Le premier facteur $x+4$ est une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = 4$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{4}{1} = -4$.
- Le second facteur $x+11$ est aussi une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = 11$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{11}{1} = -11$.

x	$-\infty$		-11		-4		$+\infty$
2		$+$		$+$		$+$	
$x + 4$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 11$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x) = 2\,(x+4)\,(x+11)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

a) *Résoudre $f(x) \geqslant 0$.* En regardant la dernière ligne du tableau de signes, on observe que f est positive sur les premier et dernier intervalles . Les solutions sont donc :

$x \in \,]-\infty\,;\,-11] \cup [-4\,;\,+\infty[$

b) *Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?* On lit sur le tableau de variations que la plus petite valeur prise par f est $-24{,}50$. Le minimum de f est donc $-24{,}50$, et il est atteint pour $x = -7{,}5$.

Corrigé de l'exercice 44

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -0{,}5\,x^2 + 5\,x - 12$.

►1. **a)** Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}-0{,}5\ (x-6)\ (x-4) &= -0{,}5\ (x \times x - 6 \times x - 4 \times x - 6 \times\ (-4)) \\ &= -0{,}5\ \left(x^2 - 10\,x + 24\right) \\ &= -0{,}5 \times x^2 - 0{,}5 \times\ (-10\,x) - 0{,}5 \times 24 \\ &= -0{,}5\,x^2 + 5\,x - 12 \\ &= f\,(x)\end{aligned}$$

b) Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}-0{,}5\ (x-5)^2 + 0{,}5 &= -0{,}5\ \left(x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2\right) + 0{,}5 \\ &= -0{,}5\ \left(x^2 - 10\,x + 25\right) + 0{,}5 \\ &= -0{,}5 \times x^2 - 0{,}5 \times\ (-10\,x) - 0{,}5 \times 25 + 0{,}5 \\ &= -0{,}5\,x^2 + 5\,x - 12{,}5 + 0{,}5 \\ &= -0{,}5\,x^2 + 5\,x - 12 \\ &= f\,(x)\end{aligned}$$

►2. Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) En prenant la forme factorisée, l'équation $f\,(x) = 0$ est équivalente à l'équation produit nul $-0{,}5\,(x-6)\,(x-4) = 0$. Donc :

$$\begin{aligned}x - 6 = 0 &\text{ ou } x - 4 = 0 \\ x = 6 &\text{ ou } x = 4\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 6 et 4.

b) $f\,(x) = -12$ On remarque que la forme développée contient la constante -12 : celles-ci devraient donc s'annuler, pour simplifier notre résolution.

$$\begin{aligned}f\,(x) &= -12 \\ -0{,}5\,x^2 + 5\,x - 12 &= -12 \\ -0{,}5\,x^2 + 5\,x - 12 + 12 &= -12 + 12 \\ -0{,}5\,x^2 + 5\,x &= 0\end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant factoriser le membre de gauche par x, ce qui nous donnera une équation produit nul.

$$\begin{aligned}-0{,}5\,x^2 + 5\,x &= 0 \\ -0{,}5\,x \times x + 5 \times x &= 0 \\ x\ (-0{,}5\,x + 5) &= 0\end{aligned}$$

$x = 0$ ou $-0{,}5\,x + 5 = 0$
$x = 0$ ou $-0{,}5\,x = -5$
$x = 0$ ou $x = \dfrac{-5}{-0{,}5}$
$x = 0$ ou $x = 10$

Il y a donc deux solutions : $x = 0$ et $x = 10$.

c) $f(x) = 0{,}5$ On remarque que la forme canonique contient la constante 0,5 : en l'utilisant, elles devraient se simplifier.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0{,}5 \\ -0{,}5\,(x-5)^2 + 0{,}5 &= 0{,}5 \\ -0{,}5\,(x-5)^2 + 0{,}5 - 0{,}5 &= 0{,}5 - 0{,}5 \\ -0{,}5\,(x-5)^2 &= 0 \\ (x-5)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Or 0 est le seul nombre dont le carré est nul, donc l'équation précédente est équivalente à :

$$\begin{aligned} x - 5 &= 0 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Il y a donc une unique solution $x = 5$.

►3. a) *Dresser le tableau de variations de f.* Dans la forme développée, le coefficient devant le x^2 est négatif , donc la fonction est croissante puis décroissante . De plus, l'absisse du sommet est $-\frac{5}{2\times(-0{,}5)}$, soit 5, et $f(5) = -0{,}5 \times 5^2 + 5 \times 5 - 12 = 0{,}5$. Le tableau de variations est donc :

x	$-\infty$		5		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$0{,}5$	$\searrow$	

b) *Dresser le tableau de signes de f.* Construisons un tableau de signes en utilisant la forme factorisée $f(x) = -0{,}5\,(x-6)\,(x-4)$.

- Le premier facteur $x - 6$ est une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = -6$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{-6}{1} = 6$.
- Le second facteur $x - 4$ est aussi une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = -4$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4$.

x	$-\infty$		4		6		$+\infty$
$-0{,}5$		$-$		$-$		$-$	
$x - 6$		$-$		$-$	0	$+$	
$x - 4$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x) =$ $-0{,}5\ (x-6)\ (x-4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►**4.** Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

a) *Résoudre* $f(x) \geqslant 0$. En regardant la dernière ligne du tableau de signes, on observe que f est positive sur l'intervalle central . Les solutions sont donc :

$x \in [4\,;\,6]$

b) *Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?* On lit sur le tableau de variations que la plus grande valeur prise par f est 0,5. Le maximum de f est donc 0,5, et il est atteint pour $x = 5$.

Corrigé de l'exercice 45

On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x + 10$.

►**1.** **a)** Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}-0{,}5\ (x-5)\ (x+4) &= -0{,}5\ (x \times x - 5 \times x + 4 \times x - 5 \times 4)\\ &= -0{,}5\ \left(x^2 - x - 20\right)\\ &= -0{,}5 \times x^2 - 0{,}5 \times\ (-x) - 0{,}5 \times\ (-20)\\ &= -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x + 10\\ &= f(x)\end{aligned}$$

b) Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors :

$$\begin{aligned}-0{,}5\ (x-0{,}5)^2 + 10{,}125 &= -0{,}5\ \left(x^2 - 2 \times 0{,}5 \times x + 0{,}5^2\right) + 10{,}125\\ &= -0{,}5\ \left(x^2 - x + 0{,}25\right) + 10{,}125\\ &= -0{,}5 \times x^2 - 0{,}5 \times\ (-x) - 0{,}5 \times 0{,}25 + 10{,}125\\ &= -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x - 0{,}125 + 10{,}125\\ &= -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x + 10\\ &= f(x)\end{aligned}$$

►**2.** Résoudre les équations suivantes en choisissant la forme appropriée de f.

a) En prenant la forme factorisée, l'équation $f(x) = 0$ est équivalente à l'équation produit nul $-0{,}5\,(x-5)\,(x+4) = 0$. Donc :

$$\begin{aligned}x - 5 = 0 &\text{ ou } x + 4 = 0\\ x = 5 &\text{ ou } x = -4\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 5 et -4.

b) $f(x) = 10$ On remarque que la forme développée contient la constante 10 : celles-ci devraient donc s'annuler, pour simplifier notre résolution.

$$\begin{aligned} f(x) &= 10 \\ -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x + 10 &= 10 \\ -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x + 10 - 10 &= 10 - 10 \\ -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x &= 0 \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant factoriser le membre de gauche par x, ce qui nous donnera une équation produit nul.

$$\begin{aligned} -0{,}5\,x^2 + 0{,}5\,x &= 0 \\ -0{,}5\,x \times x + 0{,}5 \times x &= 0 \\ x\,(-0{,}5\,x + 0{,}5) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x = 0 \text{ ou } -0{,}5\,x + 0{,}5 = 0 \\ &x = 0 \text{ ou } -0{,}5\,x = -0{,}5 \\ &x = 0 \text{ ou } x = \frac{-0{,}5}{-0{,}5} \\ &x = 0 \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $x = 0$ et $x = 1$.

c) $f(x) = 10{,}125$ On remarque que la forme canonique contient la constante 10,125 : en l'utilisant, elles devraient se simplifier.

$$\begin{aligned} f(x) &= 10{,}125 \\ -0{,}5\,(x - 0{,}5)^2 + 10{,}125 &= 10{,}125 \\ -0{,}5\,(x - 0{,}5)^2 + 10{,}125 - 10{,}125 &= 10{,}125 - 10{,}125 \\ -0{,}5\,(x - 0{,}5)^2 &= 0 \\ (x - 0{,}5)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Or 0 est le seul nombre dont le carré est nul, donc l'équation précédente est équivalente à :

$$\begin{aligned} x - 0{,}5 &= 0 \\ x &= 0{,}5 \end{aligned}$$

Il y a donc une unique solution $x = 0{,}5$.

▶3. **a)** *Dresser le tableau de variations de f.* Dans la forme développée, le coefficient devant le x^2 est négatif , donc la fonction est croissante puis décroissante . De plus, l'absisse du sommet est $-\frac{0{,}5}{2\times(-0{,}5)}$, soit 0,5, et $f(0{,}5) = -0{,}5 \times 0{,}5^2 + 0{,}5 \times 0{,}5 + 10 = 10{,}125$. Le tableau de variations est donc :

x	$-\infty$	$0{,}5$	$+\infty$
$f(x)$	↗	$10{,}125$	↘

b) *Dresser le tableau de signes de f.* Construisons un tableau de signes en utilisant la forme factorisée $f(x) = -0{,}5\ (x-5)\ (x+4)$.

- Le premier facteur $x-5$ est une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = -5$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$.
- Le second facteur $x+4$ est aussi une fonction affine, de coefficient directeur $a = 1$ positif, et d'ordonnée à l'origine $b = 4$. Elle est donc négative, puis positive, et change de signe en $-\frac{b}{a} = -\frac{4}{1} = -4$.

x	$-\infty$		-4		5		$+\infty$
$-0{,}5$		$-$		$-$		$-$	
$x - 5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 4$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x) = -0{,}5\ (x-5)\ (x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau de signes ou de variations.

a) *Résoudre $f(x) \geqslant 0$.* En regardant la dernière ligne du tableau de signes, on observe que f est positive sur l'intervalle central . Les solutions sont donc :

$x \in [-4\,;\,5]$

b) *Quel est l'extremum de f ? Est-ce un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?* On lit sur le tableau de variations que la plus grande valeur prise par f est 10,125. Le maximum de f est donc 10,125, et il est atteint pour $x = 0{,}5$.

Corrigé de l'exercice 46

▶1. la fonction f est décroissante sur $[-4\,;\,-2]$ et $[1\,;\,5]$, croissante sur $[-5\,;\,-4]$ et $[-2\,;\,1]$.

▶2.

x	-5	-4	-2	-1	1	3	5
$f(x)$	-1	0	-4	0	4	0	-2

x	-5	-4	-2	-1	1	2	4	5
$g(x)$	-3	0	3	3	0	-4	0	-2

Corrigé de l'exercice 47

▶1. la fonction f est décroissante sur $[-5\,;\,-4]$ et $[-2\,;\,0]$ et $[2\,;\,5]$, croissante sur $[-4\,;\,-2]$ et $[0\,;\,2]$.

▶2.

x	-5	-4	-3	-2	0	2	3	5
$f(x)$	-2	-3	0	3	0	4	0	-4

x	-5	-3	-2	-1	0	1	4	5
$g(x)$	2	0	-3	0	0	4	0	-4

Corrigé de l'exercice 48

▶**1.** la fonction f est décroissante sur $[-5\,;\,-2]$ et $[1\,;\,3]$, croissante sur $[-2\,;\,1]$ et $[3\,;\,5]$.

▶**2.**

x	-5	-3	-2	-1	1	2	3	5
$f(x)$	2	0	-3	0	3	0	-4	0

x	-5	-4	-3	-2	-1	1	3	5
$g(x)$	2	0	-1	0	0	3	0	-4

Corrigé de l'exercice 49

▶**1.** la fonction f est décroissante sur $[-5\,;\,-1]$ et $[4\,;\,5]$, croissante sur $[-1\,;\,4]$.

▶**2.**

x	-5	-3	-1	1	4	5
$f(x)$	4	0	-4	0	3	0

x	-5	-2	0	1	5
$g(x)$	-3	-3	0	4	0

Corrigé de l'exercice 50

▶**1.** la fonction f est décroissante sur $[-5\,;\,-3]$ et $[-1\,;\,2]$ et $[4\,;\,5]$, croissante sur $[-3\,;\,-1]$ et $[2\,;\,4]$.

▶**2.**

x	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	4	5
$f(x)$	3	0	-1	0	2	0	-4	0	-3

x	-5	-3	-1	1	2	5
$g(x)$	-1	-1	-4	0	3	0

Corrigé de l'exercice 51

▶**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 198°, 123°, 71°, 62° et 178°.

La conversion est en fait une simple règle de proportionnalité : il faut multiplier par $\dfrac{\pi}{180}$.

Par exemple pour la première mesure, on obtient avec simplification : $198 \times \dfrac{\pi}{180} = \dfrac{11\pi}{10}$ rad.

De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\dfrac{11\pi}{10}$ rad, $\dfrac{41\pi}{60}$ rad, $\dfrac{71\pi}{180}$ rad, $\dfrac{31\pi}{90}$ rad et $\dfrac{89\pi}{90}$ rad.

▶**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\dfrac{17\pi}{10}$, $\dfrac{8\pi}{18}$, $\dfrac{9\pi}{6}$, $\dfrac{61\pi}{180}$ et $\dfrac{7\pi}{5}$ rad.

On effectue alors la proportionnalité inverse : il faut multiplier par $\dfrac{180}{\pi}$.

Après simplification, voici les résultats : 306.0°, 80.0°, 270.0°, 61.0°et 252.0°.

►**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\dfrac{55\pi}{19}$, $\dfrac{46\pi}{20}$, $\dfrac{105\pi}{19}$, $\dfrac{106\pi}{7}$ et $\dfrac{-20\pi}{15}$ rad.

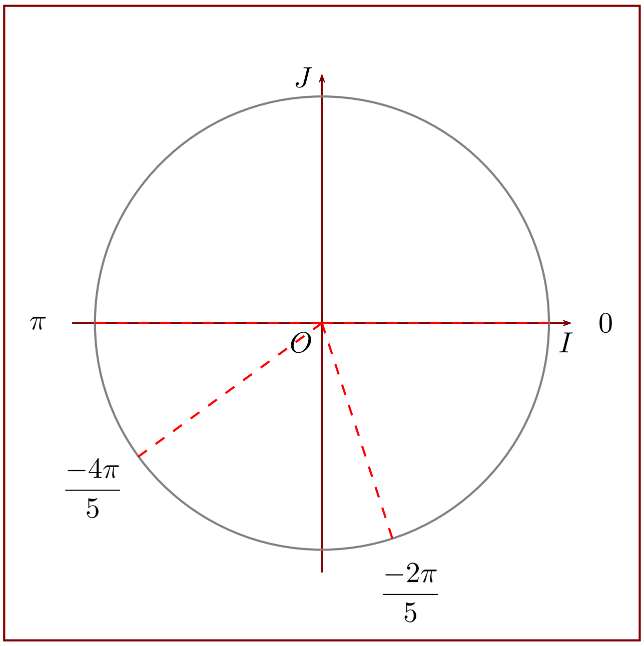
Une mesure d'angle en radians est définie modulo 2π, c'est-à-dire que l'ajout ou la suppression d'un tour (qui vaut 2π ou 360°) ne change pas un angle.

Concrètement, avec le premier angle de la question, on remarque que :
$\dfrac{55\pi}{19} \equiv \dfrac{17\pi}{19} + \dfrac{38\pi}{19} \equiv \dfrac{17\pi}{19} + 2\pi \equiv \dfrac{17\pi}{19}$ (2π).

De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\dfrac{17\pi}{19}$ rad, $\dfrac{3\pi}{10}$ rad, $\dfrac{-9\pi}{19}$ rad, $\dfrac{-6\pi}{7}$ rad et $\dfrac{2\pi}{3}$ rad.

►**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\dfrac{\pi}{3}$, de $\dfrac{\pi}{4}$ et de $\dfrac{\pi}{5}$).

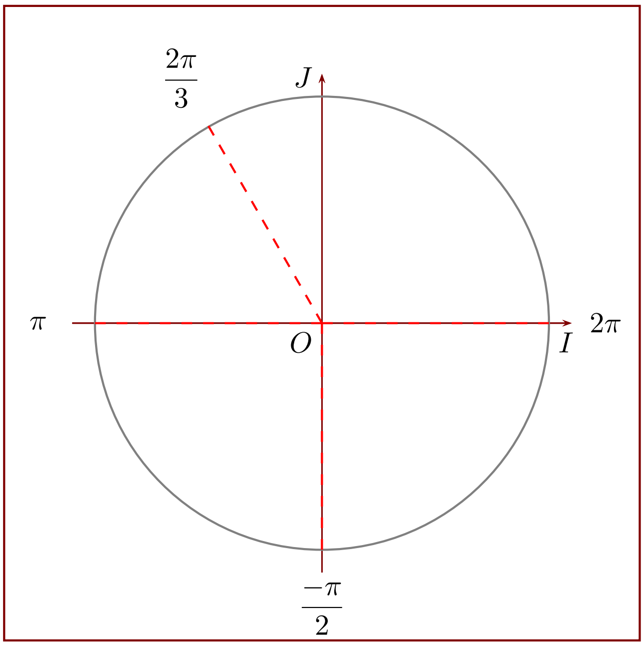
Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Les points M_0, M_1, M_2 et M_3 définissent alors respectivement les angles 0, $\dfrac{-2\pi}{5}$, π et $\dfrac{-4\pi}{5}$ rad.

►**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : π, $\dfrac{4\pi}{6}$, $\dfrac{-3\pi}{6}$ et $\dfrac{4\pi}{2}$ rad.

Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Ajoutons une simple remarque pour la dernière mesure, qui n'est pas principale : il faut effectuer en premier lieu une simplification, comme à la question 3. On obtient alors :
$\frac{4\pi}{2} \equiv 0 \ (2\pi)$.

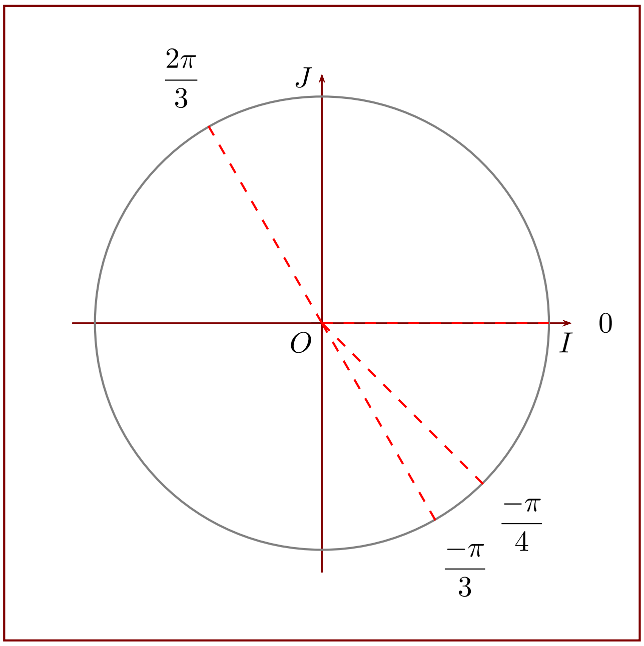
Corrigé de l'exercice 52

▶**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 90°, 302°, 317°, 293° et 130°.
La conversion est en fait une simple règle de proportionnalité : il faut multiplier par $\frac{\pi}{180}$.
Par exemple pour la première mesure, on obtient avec simplification : $90 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$ rad.
De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{\pi}{2}$ rad, $\frac{151\pi}{90}$ rad, $\frac{317\pi}{180}$ rad, $\frac{293\pi}{180}$ rad et $\frac{13\pi}{18}$ rad.

▶**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\frac{99\pi}{90}$, 2π, $\frac{72\pi}{36}$, $\frac{6\pi}{15}$ et $\frac{4\pi}{6}$ rad.
On effectue alors la proportionnalité inverse : il faut multiplier par $\frac{180}{\pi}$.
Après simplification, voici les résultats : 198.0°, 360.0°, 360.0°, 72.0°et 120.0°.

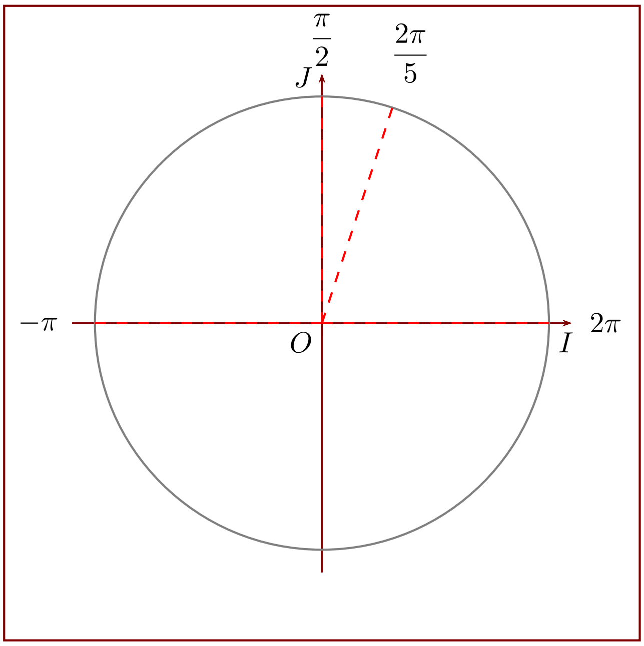
▶**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\frac{47\pi}{25}$, $\frac{19\pi}{13}$, $\frac{72\pi}{20}$, $\frac{50\pi}{29}$ et $\frac{-31\pi}{21}$ rad.
Une mesure d'angle en radians est définie modulo 2π, c'est-à-dire que l'ajout ou la suppression d'un tour (qui vaut 2π ou 360°) ne change pas un angle.
Concrètement, avec le premier angle de la question, on remarque que :
$\frac{47\pi}{25} \equiv \frac{-3\pi}{25} + \frac{50\pi}{25} \equiv \frac{-3\pi}{25} + 2\pi \equiv \frac{-3\pi}{25} \ (2\pi)$.
De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{-3\pi}{25}$ rad, $\frac{-7\pi}{13}$ rad, $\frac{-2\pi}{5}$ rad, $\frac{-8\pi}{29}$ rad et $\frac{11\pi}{21}$ rad.

▶**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\frac{\pi}{3}$, de $\frac{\pi}{4}$ et de $\frac{\pi}{5}$).
Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Les points M_0, M_1, M_2 et M_3 définissent alors respectivement les angles $\frac{-\pi}{3}$, $\frac{-\pi}{4}$, 0 et $\frac{2\pi}{3}$ rad.

►**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : $\frac{2\pi}{5}$, $\frac{2\pi}{4}$, $-\pi$ et $\frac{8\pi}{4}$ rad.
Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Ajoutons une simple remarque pour la dernière mesure, qui n'est pas principale : il faut effectuer en premier lieu une simplification, comme à la question 3. On obtient alors :
$\frac{8\pi}{4} \equiv 0 \ (2\pi)$.

Corrigé de l'exercice 53

►**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 69°, 100°, 319°, 289° et 218°.
La conversion est en fait une simple règle de proportionnalité : il faut multiplier par $\frac{\pi}{180}$.
Par exemple pour la première mesure, on obtient avec simplification : $69 \times \frac{\pi}{180} = \frac{23\pi}{60}$ rad.
De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{23\pi}{60}$ rad, $\frac{5\pi}{9}$ rad, $\frac{319\pi}{180}$ rad, $\frac{289\pi}{180}$ rad et $\frac{109\pi}{90}$ rad.

►2. Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\frac{9\pi}{36}$, $\frac{7\pi}{45}$, $\frac{18\pi}{9}$, $\frac{29\pi}{15}$ et $\frac{16\pi}{30}$ rad.

On effectue alors la proportionnalité inverse : il faut multiplier par $\frac{180}{\pi}$.

Après simplification, voici les résultats : 45.0°, 28.0°, 360.0°, 348.0°et 96.0°.

►3. Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\frac{15\pi}{6}$, π, $\frac{11\pi}{6}$, $\frac{49\pi}{26}$ et $\frac{-68\pi}{7}$ rad.

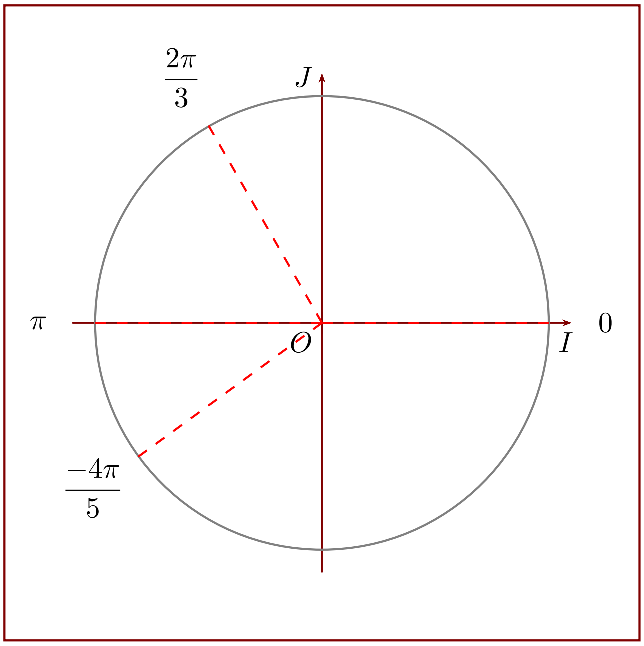
Une mesure d'angle en radians est définie modulo 2π, c'est-à-dire que l'ajout ou la suppression d'un tour (qui vaut 2π ou 360°) ne change pas un angle.

Concrètement, avec le premier angle de la question, on remarque que :
$\frac{15\pi}{6} \equiv \frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{2} \equiv \frac{\pi}{2} + 2\pi \equiv \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$.

De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{\pi}{2}$ rad, π rad, $\frac{-\pi}{6}$ rad, $\frac{-3\pi}{26}$ rad et $\frac{2\pi}{7}$ rad.

►4. Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\frac{\pi}{3}$, de $\frac{\pi}{4}$ et de $\frac{\pi}{5}$).

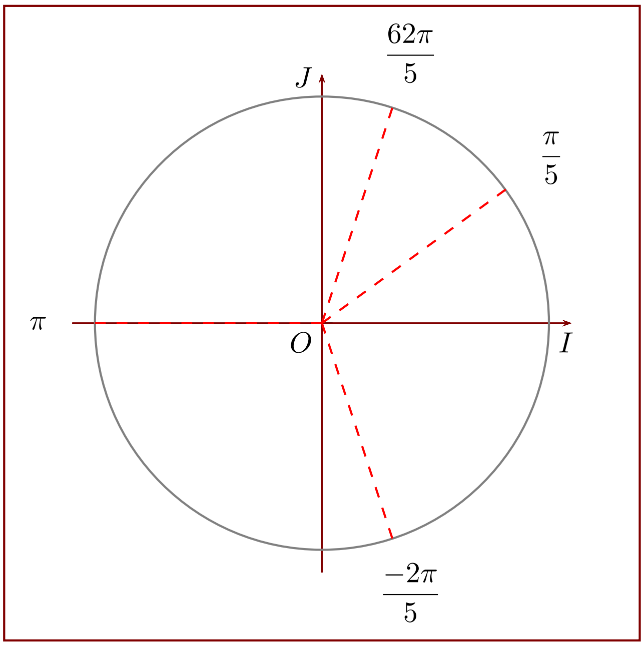
Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Les points M_0, M_1, M_2 et M_3 définissent alors respectivement les angles π, $\frac{-4\pi}{5}$, $\frac{2\pi}{3}$ et 0 rad.

►5. Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : π, $\frac{\pi}{5}$, $\frac{-2\pi}{5}$ et $\frac{62\pi}{5}$ rad.

Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Ajoutons une simple remarque pour la dernière mesure, qui n'est pas principale : il faut effectuer en premier lieu une simplification, comme à la question 3. On obtient alors :
$\frac{62\pi}{5} \equiv \frac{2\pi}{5}\ (2\pi)$.

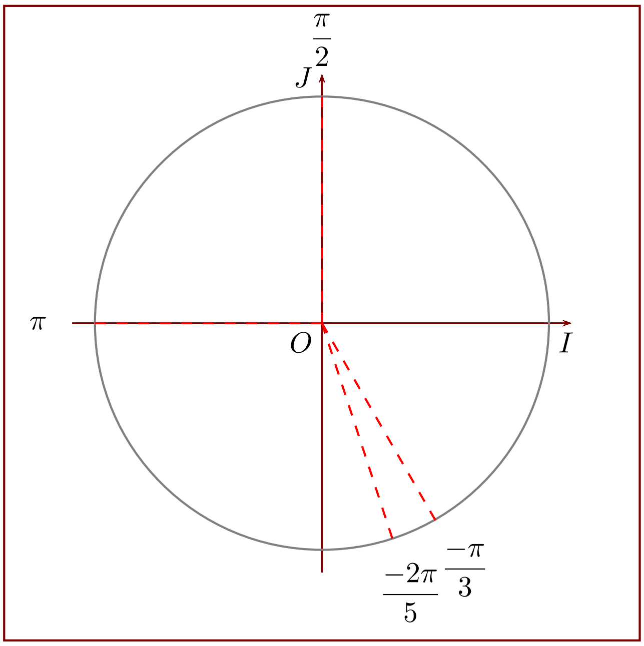
Corrigé de l'exercice 54

►**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 159°, 220°, 326°, 166° et 238°.
La conversion est en fait une simple règle de proportionnalité : il faut multiplier par $\frac{\pi}{180}$.
Par exemple pour la première mesure, on obtient avec simplification : $159 \times \frac{\pi}{180} = \frac{53\pi}{60}$ rad.
De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{53\pi}{60}$ rad, $\frac{11\pi}{9}$ rad, $\frac{163\pi}{90}$ rad, $\frac{83\pi}{90}$ rad et $\frac{119\pi}{90}$ rad.

►**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : π, $\frac{99\pi}{90}$, $\frac{9\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{3\pi}{2}$ rad.
On effectue alors la proportionnalité inverse : il faut multiplier par $\frac{180}{\pi}$.
Après simplification, voici les résultats : 180.0°, 198.0°, 270.0°, 60.0°et 270.0°.

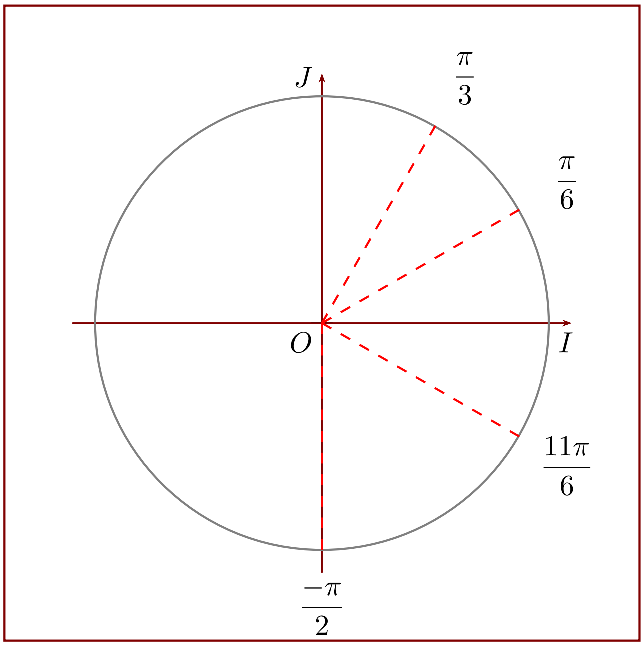
►**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\frac{26\pi}{14}$, $\frac{30\pi}{26}$, $\frac{84\pi}{15}$, $\frac{22\pi}{20}$ et $\frac{-98\pi}{26}$ rad.
Une mesure d'angle en radians est définie modulo 2π, c'est-à-dire que l'ajout ou la suppression d'un tour (qui vaut 2π ou 360°) ne change pas un angle.
Concrètement, avec le premier angle de la question, on remarque que :
$\frac{26\pi}{14} \equiv \frac{-\pi}{7} + 0 \equiv \frac{-\pi}{7} + 0 \equiv \frac{-\pi}{7}\ (2\pi)$.
De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{-\pi}{7}$ rad, $\frac{-11\pi}{13}$ rad, $\frac{-2\pi}{5}$ rad, $\frac{-9\pi}{10}$ rad et $\frac{3\pi}{13}$ rad.

►**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\frac{\pi}{3}$, de $\frac{\pi}{4}$ et de $\frac{\pi}{5}$).
Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Les points M_0, M_1, M_2 et M_3 définissent alors respectivement les angles $\frac{-\pi}{3}$, π, $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{-2\pi}{5}$ rad.

►**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{-2\pi}{4}$ et $\frac{11\pi}{6}$ rad.
Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Ajoutons une simple remarque pour la dernière mesure, qui n'est pas principale : il faut effectuer en premier lieu une simplification, comme à la question 3. On obtient alors :
$\frac{11\pi}{6} \equiv \frac{-\pi}{6}\ (2\pi)$.

Corrigé de l'exercice 55

►**1.** Convertir les cinq mesures suivantes en radians : 11°, 253°, 21°, 347° et 60°.
La conversion est en fait une simple règle de proportionnalité : il faut multiplier par $\frac{\pi}{180}$.
Par exemple pour la première mesure, on obtient avec simplification : $11 \times \frac{\pi}{180} = \frac{11\pi}{180}$ rad.
De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{11\pi}{180}$ rad, $\frac{253\pi}{180}$ rad, $\frac{7\pi}{60}$ rad, $\frac{347\pi}{180}$ rad et $\frac{\pi}{3}$ rad.

►**2.** Convertir les cinq mesures suivantes en degrés : $\frac{7\pi}{4}$, $\frac{12\pi}{6}$, $\frac{10\pi}{6}$, $\frac{10\pi}{5}$ et $\frac{53\pi}{45}$ rad.

On effectue alors la proportionnalité inverse : il faut multiplier par $\frac{180}{\pi}$.

Après simplification, voici les résultats : 315.0°, 360.0°, 300.0°, 360.0°et 212.0°.

►**3.** Déterminer les mesures principales des angles suivants en radians : $\frac{21\pi}{13}$, π, $\frac{68\pi}{5}$, $\frac{26\pi}{21}$ et $\frac{-16\pi}{14}$ rad.

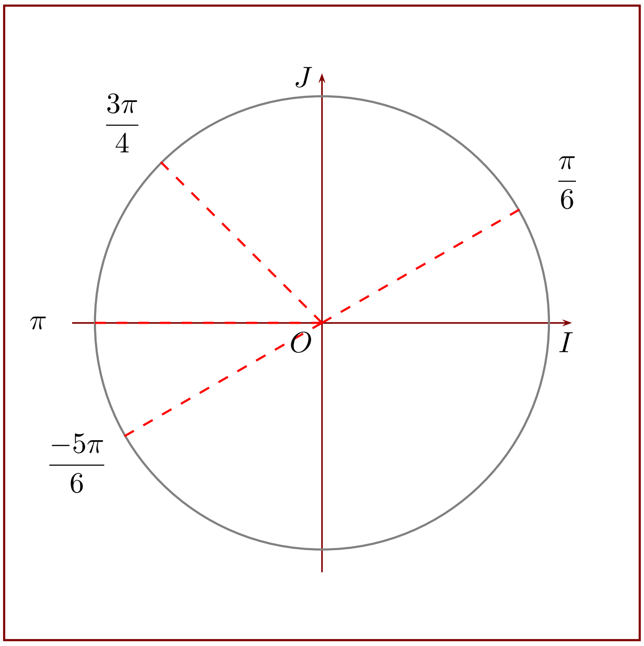
Une mesure d'angle en radians est définie modulo 2π, c'est-à-dire que l'ajout ou la suppression d'un tour (qui vaut 2π ou 360°) ne change pas un angle.

Concrètement, avec le premier angle de la question, on remarque que :
$\frac{21\pi}{13} \equiv \frac{-5\pi}{13} + \frac{26\pi}{13} \equiv \frac{-5\pi}{13} + 2\pi \equiv \frac{-5\pi}{13}\ (2\pi)$.

De même pour les autres mesures, on trouve alors respectivement : $\frac{-5\pi}{13}$ rad, π rad, $\frac{-2\pi}{5}$ rad, $\frac{-16\pi}{21}$ rad et $\frac{6\pi}{7}$ rad.

►**4.** Des angles ont été placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous, représentés en rouge par les points M_0, M_1, M_2 et M_3. Lire leurs mesures principales en radians (les lignes vertes, grises et bleues représentent des angles multiples de $\frac{\pi}{3}$, de $\frac{\pi}{4}$ et de $\frac{\pi}{5}$).

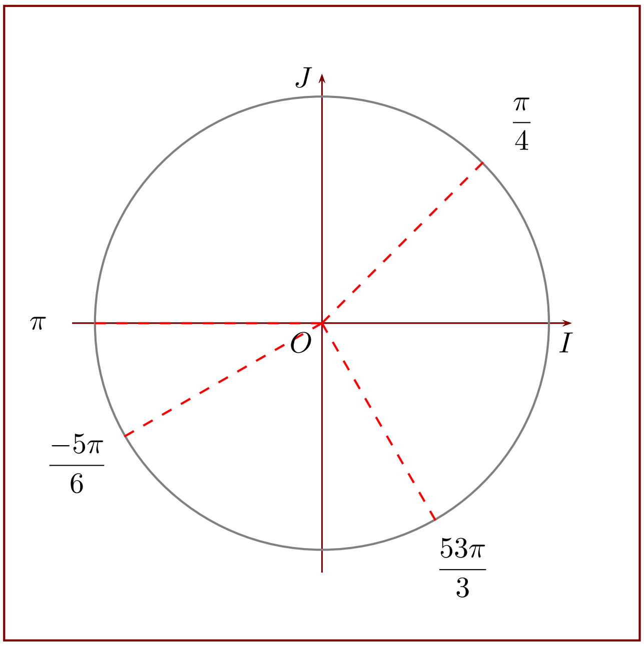
Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :



Les points M_0, M_1, M_2 et M_3 définissent alors respectivement les angles π, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{-5\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$ rad.

►**5.** Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique : π, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{-5\pi}{6}$ et $\frac{106\pi}{6}$ rad.

Les réponses sont directement données sur le cercle trigonométrique ci-dessous :

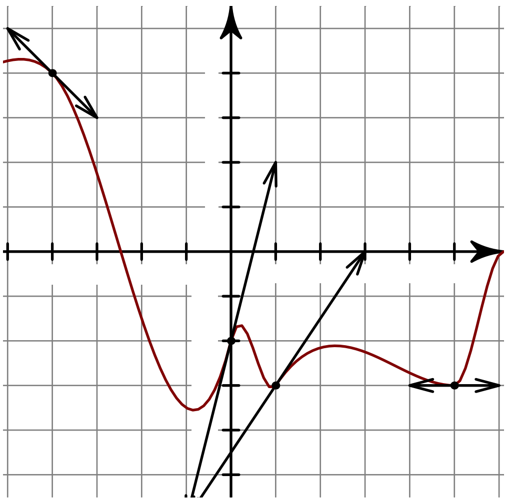


Ajoutons une simple remarque pour la dernière mesure, qui n'est pas principale : il faut effectuer en premier lieu une simplification, comme à la question 3. On obtient alors :
$\frac{106\pi}{6} \equiv \frac{-\pi}{3}\ (2\pi)$.

Corrigé de l'exercice 56

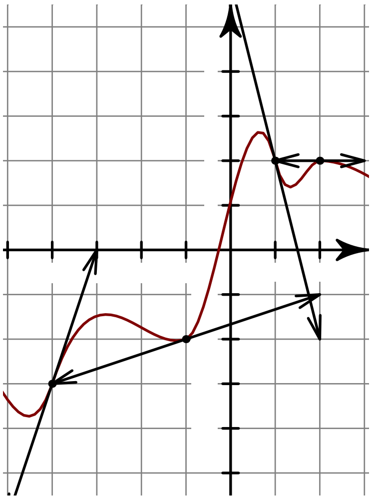
►**1.** On lit graphiquement le coefficient directeur de chacune des tangentes en ces points.
$f'(-4) = 3 \qquad f'(-1) = 0 \qquad f'(3) = \frac{-2}{3}$.

►**2.**



Corrigé de l'exercice 57

►**1.** On lit graphiquement le coefficient directeur de chacune des tangentes en ces points.
$f'(-3) = 0 \qquad f'(-1) = 1 \qquad f'(2) = \frac{-1}{4}$.

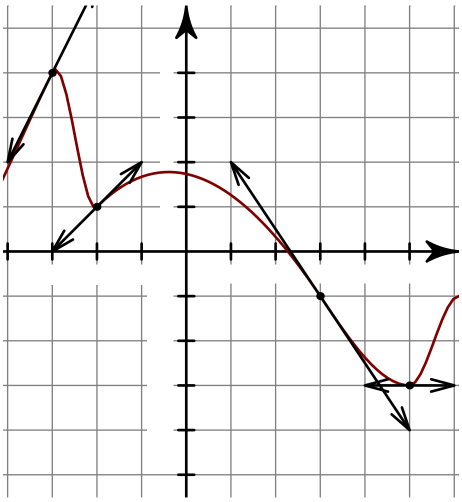


▶2.

Corrigé de l'exercice 58

▶1. On lit graphiquement le coefficient directeur de chacune des tangentes en ces points.

$f'(-4) = 0 \qquad f'(1) = \dfrac{1}{2} \qquad f'(3) = -4.$

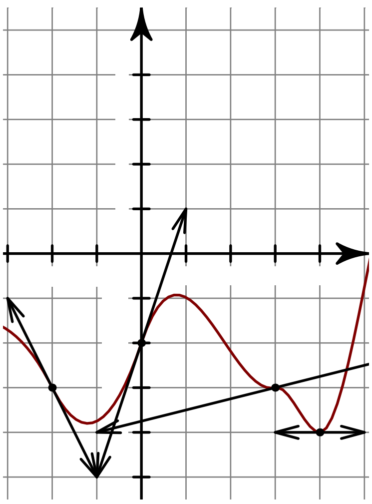


▶2.

Corrigé de l'exercice 59

▶1. On lit graphiquement le coefficient directeur de chacune des tangentes en ces points.

$f'(-4) = 0 \qquad f'(0) = \dfrac{3}{2} \qquad f'(3) = -4.$



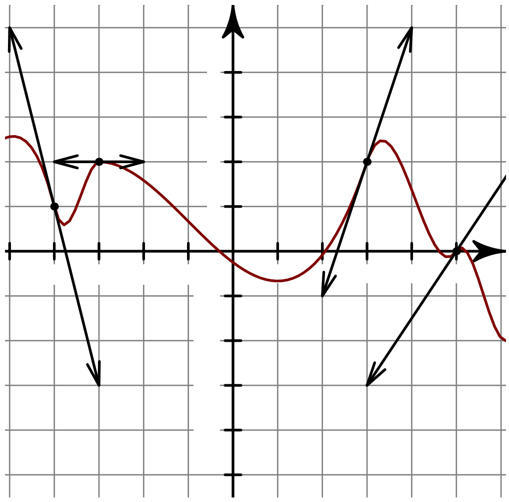
▶2.

Corrigé de l'exercice 60

▶**1.** On lit graphiquement le coefficient directeur de chacune des tangentes en ces points.

$f'(-4) = \dfrac{-2}{3}$ $\quad f'(-2) = 0 \quad$ $f'(1) = 2.$

▶**2.**



Corrigé de l'exercice 61

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$$\begin{aligned} P(x) &= 16\,x^2 - 8\,x + 1 \\ &= (4\,x - 1)^2 \\ &= \left(4 \times \left(x - \frac{1}{4}\right)\right)^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{P(x) = 16 \times \left(x - \frac{1}{4}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} S(x) &= x^2 - 8\,x + 7 \\ &= (x-4)^2 - 4^2 + 7 \\ &= (x-4)^2 - 16 + 7 \end{aligned}$$

$$\boxed{S(x) = (x-4)^2 - 9}$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= x^2 - 7\,x - 8 \\ &= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 8 \\ &= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{-49}{4} - \frac{8_{\times 4}}{1_{\times 4}} \\ &= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{-49}{4} - \frac{32}{4} \end{aligned}$$

$$\boxed{Q(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{-81}{4}}$$

$$\begin{aligned} R(x) &= -5\,x^2 - 7\,x + 5 \\ &= -5 \times \left(x^2 + \frac{7}{5}\,x - 1\right) \\ &= -5 \times \left(\left(x + \frac{7}{10}\right)^2 - \left(\frac{7}{10}\right)^2 - 1\right) \\ &= -5 \times \left(\left(x + \frac{7}{10}\right)^2 + \frac{-49}{100} - \frac{1_{\times 100}}{1_{\times 100}}\right) \\ &= -5 \times \left(\left(x + \frac{7}{10}\right)^2 + \frac{-49}{100} - \frac{100}{100}\right) \\ &= -5 \times \left(\left(x + \frac{7}{10}\right)^2 + \frac{-149}{100}\right) \\ &= -5 \times \left(x + \frac{7}{10}\right)^2 + \frac{-149 \times \cancel{5} \times (-1)}{\cancel{5} \times 20} \end{aligned}$$

$$\boxed{R(x) = -5 \times \left(x + \frac{7}{10}\right)^2 + \frac{149}{20}}$$

Corrigé de l'exercice 62

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$$\begin{aligned} P(x) &= 36\,x^2 - 60\,x + 25 \\ &= (6\,x-5)^2 \\ &= \left(6 \times \left(x - \frac{5}{6}\right)\right)^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{P(x) = 36 \times \left(x - \frac{5}{6}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= x^2 - 18\,x - 9 \\ &= (x-9)^2 - 9^2 - 9 \\ &= (x-9)^2 - 81 - 9 \end{aligned}$$

$$\boxed{Q(x) = (x-9)^2 - 90}$$

$$\begin{aligned} R(x) &= 4\,x^2 - x - 1 \\ &= 4 \times \left(x^2 - \frac{1}{4}\,x - \frac{1}{4}\right) \\ &= 4 \times \left(\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 - \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \frac{-1}{4}\right) \\ &= 4 \times \left(\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{-1}{64} + \frac{-1_{\times 16}}{4_{\times 16}}\right) \\ &= 4 \times \left(\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{-1}{64} + \frac{-16}{64}\right) \\ &= 4 \times \left(\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{-17}{64}\right) \\ &= 4 \times \left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{-17 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 16} \end{aligned}$$

$$\boxed{R(x) = 4 \times \left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{-17}{16}}$$

$$\begin{aligned} S(x) &= x^2 - 3\,x + 2 \\ &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2 \\ &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{-9}{4} + \frac{2_{\times 4}}{1_{\times 4}} \\ &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{-9}{4} + \frac{8}{4} \end{aligned}$$

$$\boxed{S(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{-1}{4}}$$

Corrigé de l'exercice 63

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$$\begin{aligned} P(x) &= 49\,x^2 - 28\,x + 4 \\ &= (7\,x-2)^2 \\ &= \left(7 \times \left(x - \frac{2}{7}\right)\right)^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{P(x) = 49 \times \left(x - \frac{2}{7}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} S(x) &= x^2 + 4\,x + 8 \\ &= (x+2)^2 - 2^2 + 8 \\ &= (x+2)^2 - 4 + 8 \end{aligned}$$

$$\boxed{S(x) = (x+2)^2 + 4}$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= x^2 + 5\,x - 8 \\ &= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 8 \\ &= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{-25}{4} - \frac{8_{\times 4}}{1_{\times 4}} \\ &= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{-25}{4} - \frac{32}{4} \end{aligned}$$

$$\boxed{Q(x) = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{-57}{4}}$$

$$\begin{aligned} R(x) &= -4\,x^2 + 4\,x + 6 \\ &= -4 \times \left(x^2 - x - \frac{3}{2}\right) \\ &= -4 \times \left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{-3}{2}\right) \\ &= -4 \times \left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{-1}{4} + \frac{-3_{\times 2}}{2_{\times 2}}\right) \\ &= -4 \times \left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{-1}{4} + \frac{-6}{4}\right) \\ &= -4 \times \left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{-7}{4}\right) \\ &= -4 \times \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{-7 \times \cancel{4} \times (-1)}{\cancel{4} \times 1} \end{aligned}$$

$$\boxed{R(x) = -4 \times \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 7}$$

Corrigé de l'exercice 64

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$$\begin{aligned}
P(x) &= 5x^2+5x-4\\
&= 5\times\left(x^2+x-\frac{4}{5}\right)\\
&= 5\times\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{-4}{5}\right)\\
&= 5\times\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{-1_{\times5}}{4_{\times5}}+\frac{-4_{\times4}}{5_{\times4}}\right)\\
&= 5\times\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{-5}{20}+\frac{-16}{20}\right)\\
&= 5\times\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{-21}{20}\right)\\
&= 5\times\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{-21\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times4}
\end{aligned}$$

$$\boxed{P(x)=5\times\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{-21}{4}}$$

$$\begin{aligned}
Q(x) &= x^2+14x-7\\
&= (x+7)^2-7^2-7\\
&= (x+7)^2-49-7
\end{aligned}$$

$$\boxed{Q(x)=(x+7)^2-56}$$

$$\begin{aligned}
R(x) &= 64x^2-128x+64\\
&= (8x-8)^2\\
&= \left(8\times\left(x-\frac{8}{8}\right)\right)^2
\end{aligned}$$

$$\boxed{R(x)=64\times(x-1)^2}$$

$$\begin{aligned}
S(x) &= x^2-7x+3\\
&= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2+3\\
&= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{-49}{4}+\frac{3_{\times4}}{1_{\times4}}\\
&= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{-49}{4}+\frac{12}{4}
\end{aligned}$$

$$\boxed{S(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{-37}{4}}$$

Corrigé de l'exercice 65

Donner la forme canonique des polynômes P , Q , R et S .

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^2-7x-3\\
&= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2-3\\
&= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{-49}{4}-\frac{3_{\times4}}{1_{\times4}}\\
&= \left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{-49}{4}-\frac{12}{4}
\end{aligned}$$

$$\boxed{P(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{-61}{4}}$$

$$\begin{aligned}
Q(x) &= 49x^2+70x+25\\
&= (7x+5)^2\\
&= \left(7\times\left(x+\frac{5}{7}\right)\right)^2
\end{aligned}$$

$$\boxed{Q(x)=49\times\left(x+\frac{5}{7}\right)^2}$$

$$\begin{aligned}
R(x) &= x^2-8x+8\\
&= (x-4)^2-4^2+8\\
&= (x-4)^2-16+8
\end{aligned}$$

$$\boxed{R(x)=(x-4)^2-8}$$

$$\begin{aligned}
S(x) &= 3x^2+x+6\\
&= 3\times\left(x^2+\frac{1}{3}x+2\right)\\
&= 3\times\left(\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2+2\right)\\
&= 3\times\left(\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{-1}{36}+\frac{2_{\times36}}{1_{\times36}}\right)\\
&= 3\times\left(\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{-1}{36}+\frac{72}{36}\right)\\
&= 3\times\left(\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{71}{36}\right)\\
&= 3\times\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{71\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times12}
\end{aligned}$$

$$\boxed{S(x)=3\times\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{71}{12}}$$

Corrigé de l'exercice 66

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 64\,x^2 + 96\,x + 36 \\ &= (8\,x)^2 + 2 \times 8\,x \times 6 + 6^2 \\ &= (8\,x + 6)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{\dfrac{-3}{4}}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= -5\,x^2 - 8\,x \\ &= -x \times (5\,x + 8) \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{0}$ et $\boxed{\dfrac{-8}{5}}$

$R(x) = x^2 + 10\,x - 2$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = 10$ et $c = -2$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 10^2 - 4 \times 1 \times (-2) \\ \Delta &= 100 - (-8) \\ \Delta &= 108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-10 - \sqrt{108}}{2 \times 1} & x_2 &= \frac{-10 + \sqrt{108}}{2 \times 1} \\ x_1 &= \frac{-10 - \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{2} & x_2 &= \frac{-10 + \sqrt{36} \times \sqrt{3}}{2} \\ x_1 &= \frac{\left(-5 - 3\sqrt{3}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}} & x_2 &= \frac{\left(-5 + 3\sqrt{3}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}} \\ x_1 &= -5 - 3\sqrt{3} & x_2 &= -5 + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-5 - 3\sqrt{3}}$ et $\boxed{-5 + 3\sqrt{3}}$

Corrigé de l'exercice 67

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 9\,x^2 - 9 \\ &= \left(\sqrt{9}\,x\right)^2 - \sqrt{9}^2 \\ &= \left(\sqrt{9}\,x + \sqrt{9}\right) \times \left(\sqrt{9}\,x - \sqrt{9}\right) \\ &= (3\,x + 3) \times (3\,x - 3) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{1}$

$R(x) = 4\,x^2 + 5$
$R(x) \geqslant 5$ car un carré est toujours positif.
$R(x)$ n'a donc pas de racine.

$Q(x) = -x^2 + 12\,x - 4$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = -1$, $b = 12$ et $c = -4$:

$$\begin{aligned} \Delta &= 12^2 - 4 \times (-1) \times (-4) \\ \Delta &= 144 - 16 \\ \Delta &= 128 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-12 - \sqrt{128}}{2 \times (-1)} & x_2 &= \frac{-12 + \sqrt{128}}{2 \times (-1)} \\ x_1 &= \frac{-12 - \sqrt{64} \times \sqrt{2}}{-2} & x_2 &= \frac{-12 + \sqrt{64} \times \sqrt{2}}{-2} \\ x_1 &= \frac{\left(6 + 4\sqrt{2}\right) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} & x_2 &= \frac{\left(6 - 4\sqrt{2}\right) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}} \\ x_1 &= 6 + 4\sqrt{2} & x_2 &= 6 - 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{6 + 4\sqrt{2}}$ et $\boxed{6 - 4\sqrt{2}}$

Corrigé de l'exercice 68

Déterminer les racines des polynômes :

$$\begin{aligned} P(x) &= 25\,x^2 - 25 \\ &= \left(\sqrt{25}\,x\right)^2 - \sqrt{25}^2 \\ &= \left(\sqrt{25}\,x + \sqrt{25}\right) \times \left(\sqrt{25}\,x - \sqrt{25}\right) \\ &= (5\,x + 5) \times (5\,x - 5) \end{aligned}$$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{1}$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 4\,x^2 - 12\,x + 9 \\ &= (2\,x)^2 - 2 \times 2\,x \times 3 + 3^2 \\ &= (2\,x - 3)^2 \end{aligned}$$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{\dfrac{3}{2}}$

$R(x) = -x^2 - 14\,x - 1$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = -14$ et $c = -1$:

$\Delta = (-14)^2 - 4 \times (-1) \times (-1)$
$\Delta = 196 - 4$
$\Delta = 192$

$x_1 = \dfrac{14 - \sqrt{192}}{2 \times (-1)}$
$x_1 = \dfrac{14 - \sqrt{64} \times \sqrt{3}}{-2}$
$x_1 = \dfrac{\left(-7 + 4\sqrt{3}\right) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$
$x_1 = -7 + 4\sqrt{3}$

$x_2 = \dfrac{14 + \sqrt{192}}{2 \times (-1)}$
$x_2 = \dfrac{14 + \sqrt{64} \times \sqrt{3}}{-2}$
$x_2 = \dfrac{\left(-7 - 4\sqrt{3}\right) \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$
$x_2 = -7 - 4\sqrt{3}$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{-7 + 4\sqrt{3}}$ et $\boxed{-7 - 4\sqrt{3}}$

Corrigé de l'exercice 69

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -3x^2 - 2$
$P(x) \leqslant -2$ car un carré est toujours positif.
$P(x)$ n'a donc pas de racine.

$R(x) = 64x^2 - 144x + 81$
$= (8x)^2 - 2 \times 8x \times 9 + 9^2$
$= (8x - 9)^2$

L'unique racine de $R(x)$ est $\boxed{\dfrac{9}{8}}$

$Q(x) = x^2 + 6x + 1$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = 1$, $b = 6$ et $c = 1$:

$\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 1$
$\Delta = 36 - 4$
$\Delta = 32$

$x_1 = \dfrac{-6 - \sqrt{32}}{2 \times 1}$
$x_1 = \dfrac{-6 - \sqrt{16} \times \sqrt{2}}{2}$
$x_1 = \dfrac{\left(-3 - 2\sqrt{2}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$
$x_1 = -3 - 2\sqrt{2}$

$x_2 = \dfrac{-6 + \sqrt{32}}{2 \times 1}$
$x_2 = \dfrac{-6 + \sqrt{16} \times \sqrt{2}}{2}$
$x_2 = \dfrac{\left(-3 + 2\sqrt{2}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$
$x_2 = -3 + 2\sqrt{2}$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{-3 - 2\sqrt{2}}$ et $\boxed{-3 + 2\sqrt{2}}$

Corrigé de l'exercice 70

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -2x^2 + 8$
$= \sqrt{8}^2 - \left(\sqrt{2}\,x\right)^2$
$= \left(\sqrt{8} + \sqrt{2}\,x\right) \times \left(\sqrt{8} - \sqrt{2}\,x\right)$
$= \left(\sqrt{2}\,x + \left(\sqrt{4} \times \sqrt{2}\right)\right) \times \left(\left(\sqrt{4} \times \sqrt{2}\right) - \sqrt{2}\,x\right)$
$= \left(\sqrt{2}\,x + \left(\sqrt{4} \times \sqrt{2}\right)\right) \times \left(2\sqrt{2} - \sqrt{2}\,x\right)$
$= \left(\sqrt{2}\,x + \left(\sqrt{4} \times \sqrt{2}\right)\right) \times \left(-\sqrt{2}\,x + 2\sqrt{2}\right)$
$= \left(\sqrt{2}\,x + 2\sqrt{2}\right) \times \left(-\sqrt{2}\,x + 2\sqrt{2}\right)$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}$ et $\boxed{\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}$

$R(x) = 36x^2 - 84x + 49$
$= (6x)^2 - 2 \times 6x \times 7 + 7^2$
$= (6x - 7)^2$

L'unique racine de $R(x)$ est $\boxed{\dfrac{7}{6}}$

$Q(x) = x^2 - 8x + 8$ On calcule le discriminant de $Q(x)$ avec $a = 1$, $b = -8$ et $c = 8$:

$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 8$
$\Delta = 64 - 32$
$\Delta = 32$

$$x_1 = \frac{8-\sqrt{32}}{2\times 1}$$
$$x_1 = \frac{8-\sqrt{16}\times\sqrt{2}}{2}$$
$$x_1 = \frac{\left(4-2\sqrt{2}\right)\times \cancel{2}}{1\times\cancel{2}}$$
$$x_1 = 4-2\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{8+\sqrt{32}}{2\times 1}$$
$$x_2 = \frac{8+\sqrt{16}\times\sqrt{2}}{2}$$
$$x_2 = \frac{\left(4+2\sqrt{2}\right)\times \cancel{2}}{1\times\cancel{2}}$$
$$x_2 = 4+2\sqrt{2}$$

Les racines de $Q(x)$ sont $\boxed{4-2\sqrt{2}}$ et $\boxed{4+2\sqrt{2}}$

Corrigé de l'exercice 71

►1. Factoriser $R(z) = 288z^2 - 512$

$$288z^2 - 512 = 32\times\left[9z^2-16\right] = 32\times\left[(3z)^2-4^2\right] = 32(3z+4)(3z-4)$$

►2. Factoriser $Q(t) = t^2 - 8t - 9$
Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4\times 1\times(-9) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(t)$ a deux racines :

$$\frac{-(-8)-\sqrt{100}}{2\times 1} = \frac{8-\sqrt{100}}{2} = \frac{8-10}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\frac{-(-8)+\sqrt{100}}{2\times 1} = \frac{8+\sqrt{100}}{2} = \frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Les racines de Q sont $t_1 = -1$ et $t_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $Q(t)$.

►3. Factoriser $P(y) = 32y^2 + 84y + 27$
Je calcule $\Delta = 84^2 - 4\times 32\times 27 = 3\,600$ et $\sqrt{3\,600} = 60$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-84-\sqrt{3\,600}}{2\times 32} = \frac{-84-\sqrt{3\,600}}{64} = \frac{-84-60}{64} = \frac{-144}{64} = \frac{-9_{\times 16}}{4_{\times 16}} = \frac{-9}{4}$$

$$\frac{-84+\sqrt{3\,600}}{2\times 32} = \frac{-84+\sqrt{3\,600}}{64} = \frac{-84+60}{64} = \frac{-24}{64} = \frac{-3_{\times 8}}{8_{\times 8}} = \frac{-3}{8}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-9}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-3}{8}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = 32\times\left(x-\left(-\frac{9}{4}\right)\right)\left(x-\left(-\frac{3}{8}\right)\right) = 32\times\left(x+\frac{9}{4}\right)\left(x+\frac{3}{8}\right)$$

►4. Factoriser $Q(z) = z^2 + 9z + 6$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4\times 1\times 6 = 57$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(z)$ a deux racines :

$$\frac{-9-\sqrt{57}}{2\times 1} = \frac{-9-\sqrt{57}}{2} \qquad \frac{-9+\sqrt{57}}{2\times 1} = \frac{-9+\sqrt{57}}{2}$$

Les racines de Q sont $z_1 = \dfrac{-9-\sqrt{57}}{2}$ et $z_2 = \dfrac{-9+\sqrt{57}}{2}$.

On peut donc écrire

$$Q(z) = \left(z - \frac{-9-\sqrt{57}}{2}\right)\left(z - \frac{-9+\sqrt{57}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 72

►1. Factoriser $P(t) = 4t^2 + 20t + 25$

$$4t^2 + 20t + 25 = (2t)^2 - 2\times 2t\times 5 + 5^2 = (2t-5)^2$$

►2. Factoriser $R(x) = x^2 + 6x - 7$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4\times 1\times(-7) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-6-8}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{-6+8}{2}\\ &= \frac{2}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 1$.

On peut donc écrire

$$R(x) = (x-(-7))(x-1) = (x+7)(x-1)$$

►3. Factoriser $R(x) = 40x^2 - 37x + 4$

Je calcule $\Delta = (-37)^2 - 4\times 40\times 4 = 729$ et $\sqrt{729} = 27$.

Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-37)-\sqrt{729}}{2\times 40} &= \frac{37-\sqrt{729}}{80}\\ &= \frac{37-27}{80}\\ &= \frac{10}{80}\\ &= \frac{1_{\times 10}}{8_{\times 10}}\\ &= \frac{1}{8}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-37)+\sqrt{729}}{2\times 40} &= \frac{37+\sqrt{729}}{80}\\ &= \frac{37+27}{80}\\ &= \frac{64}{80}\\ &= \frac{4_{\times 16}}{5_{\times 16}}\\ &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = \dfrac{1}{8}$ et $x_2 = \dfrac{4}{5}$.

On peut donc écrire

$$R(x) = 40\times\left(x-\frac{1}{8}\right)\left(x-\frac{4}{5}\right)$$

►4. Factoriser $S(t) = -t^2 + 3t - 4$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4\times(-1)\times(-4) = -7$.

Comme $\Delta < 0$, $S(t)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $S(t)$.

Corrigé de l'exercice 73

►**1.** Factoriser $R(t) = 36t^2 - 729$

$$36t^2 - 729 = 9 \times \left[4t^2 - 81\right] = 9 \times \left[(2t)^2 - 9^2\right] = 9(2t+9)(2t-9)$$

►**2.** Factoriser $P(y) = y^2 - 11y + 18$
Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 18 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{11-\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{11-7}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{49}}{2\times 1} &= \frac{11+\sqrt{49}}{2}\\ &= \frac{11+7}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = 2$ et $y_2 = 9$.
On ne peut pas factoriser $P(y)$.

►**3.** Factoriser $P(x) = 64x^2 - 48x + 5$
Je calcule $\Delta = (-48)^2 - 4 \times 64 \times 5 = 1\,024$ et $\sqrt{1\,024} = 32$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-48)-\sqrt{1\,024}}{2\times 64} &= \frac{48-\sqrt{1\,024}}{128}\\ &= \frac{48-32}{128}\\ &= \frac{16}{128}\\ &= \frac{1_{\times 16}}{8_{\times 16}}\\ &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-48)+\sqrt{1\,024}}{2\times 64} &= \frac{48+\sqrt{1\,024}}{128}\\ &= \frac{48+32}{128}\\ &= \frac{80}{128}\\ &= \frac{5_{\times 16}}{8_{\times 16}}\\ &= \frac{5}{8}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1}{8}$ et $x_2 = \frac{5}{8}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = 64 \times \left(x - \frac{1}{8}\right)\left(x - \frac{5}{8}\right)$$

►**4.** Factoriser $S(y) = -y^2 + 2y - 7$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-7) = -24$.
Comme $\Delta < 0$, $S(y)$ n'a pas de racines. On ne peut pas factoriser $S(y)$.

Corrigé de l'exercice 74

►**1.** Factoriser $P(t) = 180t^2 + 180t + 45$

$$180t^2 + 180t + 45 = 45 \times \left[4t^2 + 4t + 1\right] = 45 \times \left[(2t)^2 + 2 \times 2t \times 1 + 1^2\right] = 45(2t+1)^2$$

►**2.** Factoriser $Q(x) = x^2 - 9x + 20$
Je calcule $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 20 = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-9)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{9-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{9-1}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-9)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{9+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{9+1}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 5$.
On ne peut pas factoriser $Q(x)$.

►3. Factoriser $S(t) = 24t^2 - 26t + 5$
Je calcule $\Delta = (-26)^2 - 4 \times 24 \times 5 = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-26)-\sqrt{196}}{2\times 24} &= \frac{26-\sqrt{196}}{48}\\ &= \frac{26-14}{48}\\ &= \frac{12}{48}\\ &= \frac{1_{\times 12}}{4_{\times 12}}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-26)+\sqrt{196}}{2\times 24} &= \frac{26+\sqrt{196}}{48}\\ &= \frac{26+14}{48}\\ &= \frac{40}{48}\\ &= \frac{5_{\times 8}}{6_{\times 8}}\\ &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \frac{1}{4}$ et $x_2 = \frac{5}{6}$.
On peut donc écrire

$$S(x) = 24 \times \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{5}{6}\right)$$

►4. Factoriser $S(t) = t^2 + 4t$
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 0 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $S(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-4-4}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-4+4}{2}\\ &= \frac{0}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

Les racines de S sont $t_1 = -4$ et $t_2 = 0$.
On peut donc écrire

$$S(t) = (t - (-4))\,(t - 0) = (t + 4)\,(t)$$

Corrigé de l'exercice 75

►1. Factoriser $R(x) = 9x^2 - 25$

$$9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x + 5)(3x - 5)$$

►**2.** Factoriser $P(y) = y^2 + 12y + 35$
Je calcule $\Delta = 12^2 - 4 \times 1 \times 35 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-12-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-12-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-12-2}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-12+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{-12+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{-12+2}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -7$ et $y_2 = -5$.
On peut donc écrire

$$P(y) = (y - (-7))\,(y - (-5)) = (y + 7)\,(y + 5)$$

►**3.** Factoriser $R(z) = 63z^2 + 82z + 24$
Je calcule $\Delta = 82^2 - 4 \times 63 \times 24 = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.
Comme $\Delta > 0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-82-\sqrt{676}}{2\times 63} &= \frac{-82-\sqrt{676}}{126}\\ &= \frac{-82-26}{126}\\ &= \frac{-108}{126}\\ &= \frac{-6_{\times 18}}{7_{\times 18}}\\ &= \frac{-6}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-82+\sqrt{676}}{2\times 63} &= \frac{-82+\sqrt{676}}{126}\\ &= \frac{-82+26}{126}\\ &= \frac{-56}{126}\\ &= \frac{-4_{\times 14}}{9_{\times 14}}\\ &= \frac{-4}{9}\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1 = \frac{-6}{7}$ et $x_2 = \frac{-4}{9}$.
On peut donc écrire

$$R(x) = 63 \times \left(x - \left(-\frac{6}{7}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{4}{9}\right)\right) = 63 \times \left(x + \frac{6}{7}\right)\left(x + \frac{4}{9}\right)$$

►**4.** Factoriser $P(x) = x^2 + 3x - 1$
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-3-\sqrt{13}}{2\times 1} = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{-3+\sqrt{13}}{2\times 1} = \frac{-3+\sqrt{13}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3-\sqrt{13}}{2}$ et $x_2 = \frac{-3+\sqrt{13}}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = \left(x - \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right)\left(x - \frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 76

►**1.** Soit $E = x^3 - 18x^2 + 96x - 128)$

a) Comme $E(2) = 0$, on peut diviser E par $x - 2$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -18x^2 & +96x & -128 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & -2x^2) & & & x^2-16x+64 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -16x^2 & +96x & & \\
& -(-16x^2 & +32x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +64x & -128 & \\
& & -(+64x & -128) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 - 18x^2 + 96x - 128 = \left(x^2 - 16x + 64\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 16x + 64$
Je calcule $\Delta = (-16)^2 - 4 \times 1 \times 64 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $E_2(x)$ a une seule racine $x_0 = \dfrac{-(-16)}{2 \times 1} = 8$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x - 2) \times x^2 - 16x + 64$

►**2.** Soit $F = -5x^3 + 6x^2 + 23x + 12)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
-5x^3 & +6x^2 & +23x & +12 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(-5x^3 & -5x^2) & & & -5x^2+11x+12 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +11x^2 & +23x & & \\
& -(+11x^2 & +11x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +12x & +12 & \\
& & -(+12x & +12) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$-5x^3 + 6x^2 + 23x + 12 = \left(-5x^2 + 11x + 12\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -5x^2 + 11x + 12$
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times\ (-5) \times 12 = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}
\frac{-11 + \sqrt{361}}{2 \times\ (-5)} &= \frac{-11 + \sqrt{361}}{-10} \\
&= \frac{-11 + 19}{-10} \\
&= \frac{8}{-10} \\
&= \frac{-4_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}} \\
&= \frac{-4}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{-11 - \sqrt{361}}{2 \times\ (-5)} &= \frac{-11 - \sqrt{361}}{-10} \\
&= \frac{-11 - 19}{-10} \\
&= \frac{-30}{-10} \\
&= 3
\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-4}{5}$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -5 \times \left(x - \left(-\frac{4}{5}\right)\right)(x - 3) = -5 \times \left(x + \frac{4}{5}\right)(x - 3)$$

On en conclue donc que $F = -5\,(x + 1)\left(x + \dfrac{4}{5}\right)(x - 3)$

Corrigé de l'exercice 77

►**1.** Soit $E = x^3 - 2x^2 - 8x)$

a) Comme $E(-2) = 0$, on peut diviser E par $x + 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -2x^2 & -8x & +0 & x+2 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +2x^2) & & & x^2-4x \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -4x^2 & -8x & & \\
 & -(-4x^2 & -8x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0 & & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 2x^2 - 8x = \left(x^2 - 4x\right) \times (x + 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 4x$
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4) - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{4 - \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{4-4}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-4) + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{4 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{4+4}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - 0)(x - 4)$$

On en conclue donc que $E = (x + 2)(x - 0)(x - 4)$

►**2.** Soit $F = 4x^3 - 29x^2 + 45x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(4x^2 - 29x + 45\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 4x^2 - 29x + 45$
Je calcule $\Delta = (-29)^2 - 4 \times 4 \times 45 = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-29) - \sqrt{121}}{2 \times 4} &= \frac{29 - \sqrt{121}}{8} \\ &= \frac{29-11}{8} \\ &= \frac{18}{8} \\ &= \frac{9_{\times 2}}{4_{\times 2}} \\ &= \frac{9}{4}\end{aligned} \qquad \begin{aligned}\frac{-(-29) + \sqrt{121}}{2 \times 4} &= \frac{29 + \sqrt{121}}{8} \\ &= \frac{29+11}{8} \\ &= \frac{40}{8} \\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{9}{4}$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 4 \times \left(x - \frac{9}{4}\right)(x - 5)$$

On en conclue donc que $F = 4x\left(x - \frac{9}{4}\right)(x - 5)$

Corrigé de l'exercice 78

▶**1.** Soit $E = x^3 + 8x^2 - 11x - 18)$

a) Comme $E(-9) = 0$, on peut diviser E par $x + 9$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +8x^2 & -11x & -18 & x+9 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +9x^2) & & & x^2 - x - 2 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -1x^2 & -11x & & \\
 & -(-1x^2 & -9x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -2x & -18 & \\
 & & -(-2x & -18) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 8x^2 - 11x - 18 = \left(x^2 - x - 2\right) \times (x + 9)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x - 2$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{1-3}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{1+3}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{1 - \sqrt{7}}{2}\right)\left(x - \frac{1 + \sqrt{7}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x + 9)\left(x - \frac{1 - \sqrt{7}}{2}\right)\left(x - \frac{1 + \sqrt{7}}{2}\right)$

▶**2.** Soit $F = 96x^3 + 164x^2 + 75x + 7)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+96x^3 & +164x^2 & +75x & +7 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(+96x^3 & +96x^2) & & & 96x^2 + 68x + 7 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +68x^2 & +75x & & \\
 & -(+68x^2 & +68x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +7x & +7 & \\
 & & -(+7x & +7) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$96x^3 + 164x^2 + 75x + 7 = \left(96x^2 + 68x + 7\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 96x^2 + 68x + 7$
Je calcule $\Delta = 68^2 - 4 \times 96 \times 7 = 1\,936$ et $\sqrt{1\,936} = 44$.

Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-68-\sqrt{1\,936}}{2\times 96} = \frac{-68-\sqrt{1\,936}}{192} = \frac{-68-44}{192} = \frac{-112}{192} = \frac{-7_{\times 16}}{12_{\times 16}} = \frac{-7}{12}$$

$$\frac{-68+\sqrt{1\,936}}{2\times 96} = \frac{-68+\sqrt{1\,936}}{192} = \frac{-68+44}{192} = \frac{-24}{192} = \frac{-1_{\times 24}}{8_{\times 24}} = \frac{-1}{8}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \frac{-7}{12}$ et $x_2 = \frac{-1}{8}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 96 \times \left(x - \left(-\frac{7}{12}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{1}{8}\right)\right) = 96 \times \left(x + \frac{7}{12}\right)\left(x + \frac{1}{8}\right)$$

On en conclue donc que $F = 96\,(x+1)\left(x + \frac{7}{12}\right)\left(x + \frac{1}{8}\right)$

Corrigé de l'exercice 79

▶1. Soit $E = x^3 - 13x - 12)$

a) Comme $E(-3) = 0$, on peut diviser E par $x+3$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +0x^2 & -13x & -12 & x+3 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +3x^2) & & & x^2-3x-4 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -3x^2 & -13x & & \\
 & -(-3x^2 & -9x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -4x & -12 & \\
 & & -(-4x & -12) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 13x - 12 = \left(x^2 - 3x - 4\right) \times (x+3)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 3x - 4$
Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-3)-\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{3-\sqrt{25}}{2} = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\frac{-(-3)+\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{3+\sqrt{25}}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x-(-1))\,(x-4) = (x+1)\,(x-4)$$

On en conclue donc que $E = (x+3)\,(x+1)\,(x-4)$

▶2. Soit $F = -x^3 + x^2 + x - 1)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-1x^3 & +1x^2 & +1x & -1 & x-1 \\ \cline{5-5}
-(-1x^3 & +1x^2) & & & -x^2+1 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +0x^2 & +1x & -1 & \\
 & & -(+1x & -1) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-x^3 + x^2 + x - 1 = \left(-x^2 + 1\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -x^2 + 1$
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 1 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-0+\sqrt{4}}{2\times(-1)} &= \frac{+\sqrt{4}}{-2} \\ &= \frac{0+2}{-2} \\ &= \frac{2}{-2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-0-\sqrt{4}}{2\times(-1)} &= \frac{-\sqrt{4}}{-2} \\ &= \frac{0-2}{-2} \\ &= \frac{-2}{-2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 1$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -1 \times (x - (-1))\,(x - 1) = -1 \times (x + 1)\,(x - 1)$$

On en conclue donc que $F = -(x - 1)\,(x + 1)\,(x - 1)$

Corrigé de l'exercice 80

►**1.** Soit $E = x^3 + 11x^2 + 10x)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +11x^2 & +10x & +0 & x+10 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2+x \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +1x^2 & +10x & & \\
 & -(+1x^2 & +10x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0 & & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 11x^2 + 10x = \left(x^2 + x\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + x$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 0 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-1-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-1-1}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-1+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-1+1}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 0$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-1))\,(x - 0) = (x + 1)\,(x)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\,(x + 1)\,(x)$

►**2.** Soit $F = 36x^3 - 65x^2 + 34x - 5)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$\begin{array}{rrrr|l} +36x^3 & -65x^2 & +34x & -5 & x-1 \\ \hline -(+36x^3 & -36x^2) & & & 36x^2-29x+5 \\ \hline +0x^3 & -29x^2 & +34x & & \\ & -(-29x^2 & +29x) & & \\ \hline & +0x^2 & +5x & -5 & \\ & & -(+5x & -5) & \\ \hline & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$36x^3 - 65x^2 + 34x - 5 = \left(36x^2 - 29x + 5\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 36x^2 - 29x + 5$
Je calcule $\Delta = (-29)^2 - 4 \times 36 \times 5 = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-29) - \sqrt{121}}{2 \times 36} &= \frac{29 - \sqrt{121}}{72} \\ &= \frac{29 - 11}{72} \\ &= \frac{18}{72} \\ &= \frac{1_{\times 18}}{4_{\times 18}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-29) + \sqrt{121}}{2 \times 36} &= \frac{29 + \sqrt{121}}{72} \\ &= \frac{29 + 11}{72} \\ &= \frac{40}{72} \\ &= \frac{5_{\times 8}}{9_{\times 8}} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{1}{4}$ et $x_2 = \dfrac{5}{9}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 36 \times \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{5}{9}\right)$$

On en conclue donc que $F = 36\,(x - 1)\left(x - \dfrac{1}{4}\right)\left(x - \dfrac{5}{9}\right)$

Corrigé de l'exercice 81

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $x^2 - 13x + 36 = 0$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 36 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-13) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{13 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{13 - 5}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-13) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{13 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{13 + 5}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 4$ et $x_2 = 9$.

►**2.** $11y^2 - 82y - 48 = 0$
Je calcule $\Delta = (-82)^2 - 4 \times 11 \times (-48) = 8\,836$ et $\sqrt{8\,836} = 94$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-82) - \sqrt{8\,836}}{2 \times 11} &= \frac{82 - \sqrt{8\,836}}{22} \\ &= \frac{82 - 94}{22} \\ &= \frac{-12}{22} \\ &= \frac{-6_{\times 2}}{11_{\times 2}} \\ &= \frac{-6}{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-82) + \sqrt{8\,836}}{2 \times 11} &= \frac{82 + \sqrt{8\,836}}{22} \\ &= \frac{82 + 94}{22} \\ &= \frac{176}{22} \\ &= 8\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \dfrac{-6}{11}$ et $y_2 = 8$.

►**3.** $-z^2 + 5z = 0$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times 0 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5 + \sqrt{25}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 + \sqrt{25}}{-2} \\ &= \frac{-5 + 5}{-2} \\ &= \frac{0}{-2} \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5 - \sqrt{25}}{2 \times (-1)} &= \frac{-5 - \sqrt{25}}{-2} \\ &= \frac{-5 - 5}{-2} \\ &= \frac{-10}{-2} \\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = 0$ et $z_2 = 5$.

Corrigé de l'exercice 82

Résoudre les équations suivantes :

►**1.** $y^2 - 10y + 9 = 0$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10) - \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{10 - \sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{10 - 8}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-10) + \sqrt{64}}{2 \times 1} &= \frac{10 + \sqrt{64}}{2} \\ &= \frac{10 + 8}{2} \\ &= \frac{18}{2} \\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = 1$ et $y_2 = 9$.

►**2.** $8y^2 + 26y - 7 = 0$
Je calcule $\Delta = 26^2 - 4 \times 8 \times (-7) = 900$ et $\sqrt{900} = 30$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-26-\sqrt{900}}{2\times 8} &= \frac{-26-\sqrt{900}}{16}\\ &= \frac{-26-30}{16}\\ &= \frac{-56}{16}\\ &= \frac{-7_{\times 8}}{2_{\times 8}}\\ &= \frac{-7}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-26+\sqrt{900}}{2\times 8} &= \frac{-26+\sqrt{900}}{16}\\ &= \frac{-26+30}{16}\\ &= \frac{4}{16}\\ &= \frac{1_{\times 4}}{4_{\times 4}}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-7}{2}$ et $y_2 = \frac{1}{4}$.

►3. $-y^2 - 5 = 0$
Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times (-5) = -20$.
Comme $\Delta < 0$, $P(y)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 83

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + x - 30 = 0$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-30) = 121$ et $\sqrt{121} = 11$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{-1-\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{-1-11}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{121}}{2\times 1} &= \frac{-1+\sqrt{121}}{2}\\ &= \frac{-1+11}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = 5$.

►2. $12x^2 - 16x - 35 = 0$
Je calcule $\Delta = (-16)^2 - 4 \times 12 \times (-35) = 1\,936$ et $\sqrt{1\,936} = 44$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-16)-\sqrt{1\,936}}{2\times 12} &= \frac{16-\sqrt{1\,936}}{24}\\ &= \frac{16-44}{24}\\ &= \frac{-28}{24}\\ &= \frac{-7_{\times 4}}{6_{\times 4}}\\ &= \frac{-7}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-16)+\sqrt{1\,936}}{2\times 12} &= \frac{16+\sqrt{1\,936}}{24}\\ &= \frac{16+44}{24}\\ &= \frac{60}{24}\\ &= \frac{5_{\times 12}}{2_{\times 12}}\\ &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-7}{6}$ et $x_2 = \frac{5}{2}$.

►3. $-x^2 + 2x + 1 = 0$
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 1 = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-2+\sqrt{8}}{2\times(-1)} = \frac{-2+\sqrt{8}}{-2} = \frac{-2+2\sqrt{2}}{-2} = \frac{1_{\times(-2)} - 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}} = 1-\sqrt{2}$$

$$\frac{-2-\sqrt{8}}{2\times(-1)} = \frac{-2-\sqrt{8}}{-2} = \frac{-2-2\sqrt{2}}{-2} = \frac{1_{\times(-2)} + 1_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}} = 1+\sqrt{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1-\sqrt{2}$ et $x_2 = 1+\sqrt{2}$.

Corrigé de l'exercice 84

Résoudre les équations suivantes :

►1. $z^2+10z+16=0$

Je calcule $\Delta = 10^2 - 4\times 1\times 16 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\frac{-10-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{-10-\sqrt{36}}{2} = \frac{-10-6}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

$$\frac{-10+\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{-10+\sqrt{36}}{2} = \frac{-10+6}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Les racines de P sont $z_1 = -8$ et $z_2 = -2$.

►2. $-5x^2+9x-4=0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4\times(-5)\times(-4) = 1$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-9+\sqrt{1}}{2\times(-5)} = \frac{-9+\sqrt{1}}{-10} = \frac{-9+1}{-10} = \frac{-8}{-10} = \frac{4_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{-9-\sqrt{1}}{2\times(-5)} = \frac{-9-\sqrt{1}}{-10} = \frac{-9-1}{-10} = \frac{-10}{-10} = 1$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{4}{5}$ et $x_2 = 1$.

►3. $y^2+4y+2=0$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4\times 1\times 2 = 8$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\frac{-4-\sqrt{8}}{2\times 1} = \frac{-4-\sqrt{8}}{2} = \frac{-4-2\sqrt{2}}{2} = \frac{-2_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} = -2-\sqrt{2}$$

$$\frac{-4+\sqrt{8}}{2\times 1} = \frac{-4+\sqrt{8}}{2} = \frac{-4+2\sqrt{2}}{2} = \frac{-2_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{2}}{1_{\times 2}} = -2+\sqrt{2}$$

Les racines de P sont $y_1 = -2 - \sqrt{2}$ et $y_2 = -2 + \sqrt{2}$.

Corrigé de l'exercice 85

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + 14x + 40 = 0$

Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 1 \times 40 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14-\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-14-\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-14-6}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-14+\sqrt{36}}{2\times 1} &= \frac{-14+\sqrt{36}}{2}\\ &= \frac{-14+6}{2}\\ &= \frac{-8}{2}\\ &= -4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = -4$.

►2. $-10t^2 - 11t + 18 = 0$

Je calcule $\Delta = (-11)^2 - 4 \times (-10) \times 18 = 841$ et $\sqrt{841} = 29$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)+\sqrt{841}}{2\times(-10)} &= \frac{11+\sqrt{841}}{-20}\\ &= \frac{11+29}{-20}\\ &= \frac{40}{-20}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-11)-\sqrt{841}}{2\times(-10)} &= \frac{11-\sqrt{841}}{-20}\\ &= \frac{11-29}{-20}\\ &= \frac{-18}{-20}\\ &= \frac{9_{\times(-2)}}{10_{\times(-2)}}\\ &= \frac{9}{10}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -2$ et $t_2 = \frac{9}{10}$.

►3. $y^2 + 7y + 4 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times 4 = 33$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\frac{-7-\sqrt{33}}{2\times 1} = \frac{-7-\sqrt{33}}{2} \qquad \frac{-7+\sqrt{33}}{2\times 1} = \frac{-7+\sqrt{33}}{2}$$

Les racines de P sont $y_1 = \frac{-7-\sqrt{33}}{2}$ et $y_2 = \frac{-7+\sqrt{33}}{2}$.